יסודות מערכות תובלה ושינוע

מצגת 8

מודלים וכלים – זרימה ברשתות

בעיית תובלה – Transportation Problem

הבעיה: קיימים ספקים ולקוחות, יש לספק את הביקוש בעלות הובלה מינימאלית

שימושים: הפצה, מקיום מרכזי הפצה, מיקום מפעלים וכו'

בעיית תובלה – דוגמא

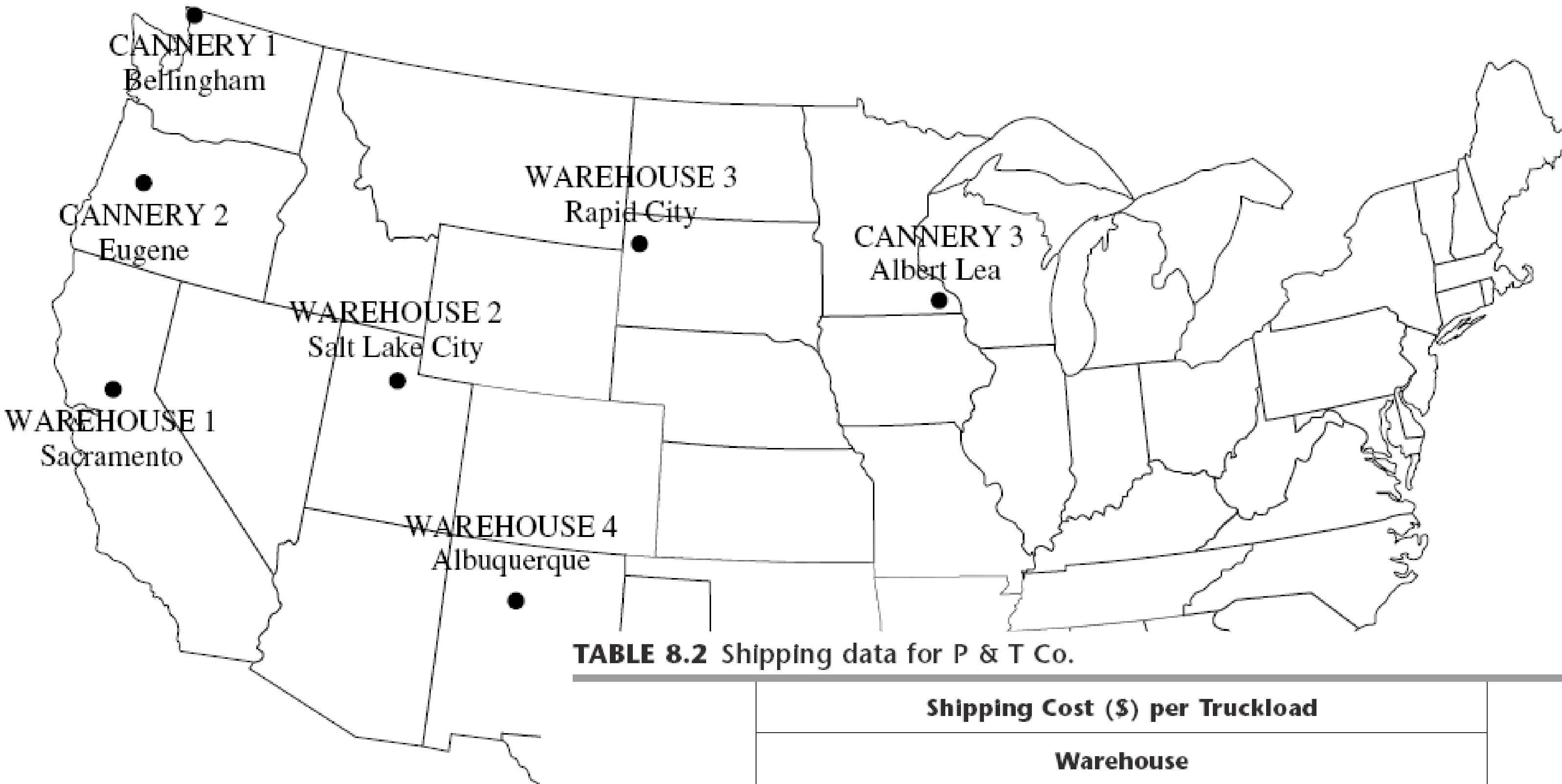


TABLE 8.2 Shipping data for P & T Co.

		Shipping Cost ($) per Truckload				
		Warehouse				
		1	2	3	4	Output
Cannery	1	464	513	654	867	75
	2	352	416	690	791	125
	3	995	682	388	685	100
Allocation		80	65	70	85	

FIGURE 8.1
Location of canneries and warehouses for the P & T Co. problem.

בעיית תובלה – ניסוח LP

$$\text{Minimize} \quad Z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{m} c_{ij} x_{ij}$$

subject to:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = s_i \quad \text{for } i = 1,2,\ldots,m$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = d_j \quad \text{for } j = 1,2,\ldots,m$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad \text{for all } i \text{ and } j$$

זרימה מקסימאלית – Max. Flow

הבעיה: מציאת הקיבולת המקסימאלית להעברה בין שתי נקודות, תוך שימוש ברשת, כשלכל קשת ברשת קיבולת מקסימלית משלה

שימושים: פינוי אוכלוסיה, העברת כוחות, תכנון רשת

הרחבות:

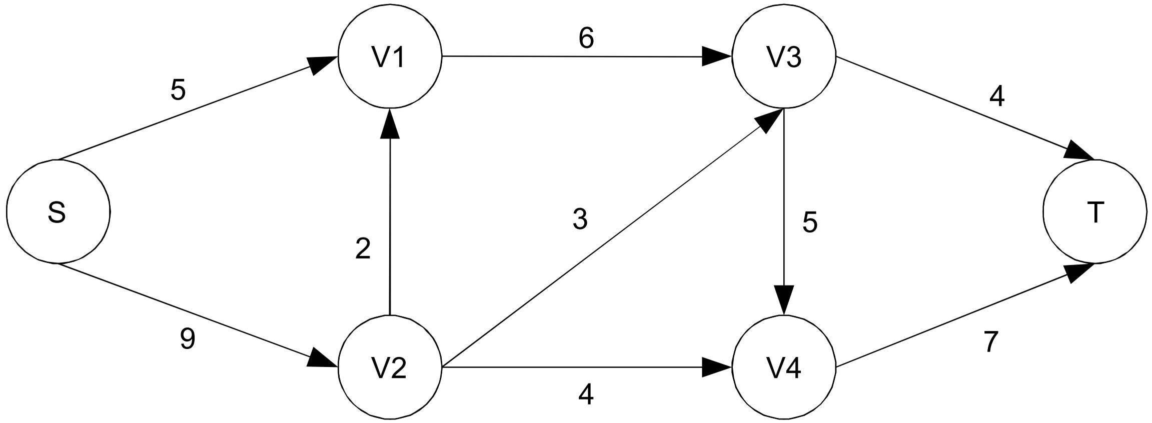
- ❑ הוספת חסם תחתון
- ❑ הוספת ביקוש
- ❑ הוספת עלויות
- ❑ התחשבות במסלולי נסיעה ופונקציות עכבה (תכנון תחבורה)

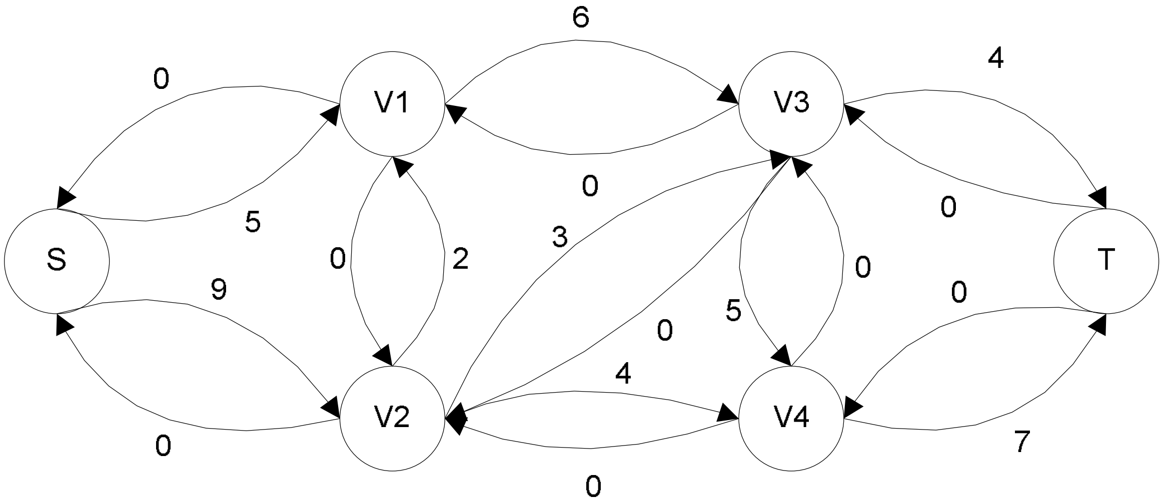
זרימה מקסימאלית – תכנות לינארי

$$
\begin{array}{lll}
\text{Maximize:} & f & \\
\text{Subject to:} & \displaystyle\sum_{\{j:(i,j)\in A\}} x_{ij} = f & i = s \\
& \displaystyle\sum_{\{j:(i,j)\in A\}} x_{ij} - \sum_{\{j:(j,i)\in A\}} x_{ji} = 0 & i = N\backslash\{s,d\} \\
& \displaystyle -\sum_{\{j:(j,i)\in A\}} x_{ji} = -f & i = d \\
& x_{ij} \le u_{ij} & (i,j)\in A \\
& x_{ij} \ge 0 & (i,j)\in A
\end{array}
$$

זרימה מקסימאלית – אלגוריתם פורד-פלקרסון

- בכדי להשתמש באלגוריתם פורד-פלקרסון, יש לבנות רשת מיוחדת שעליה יופעל האלגוריתם.





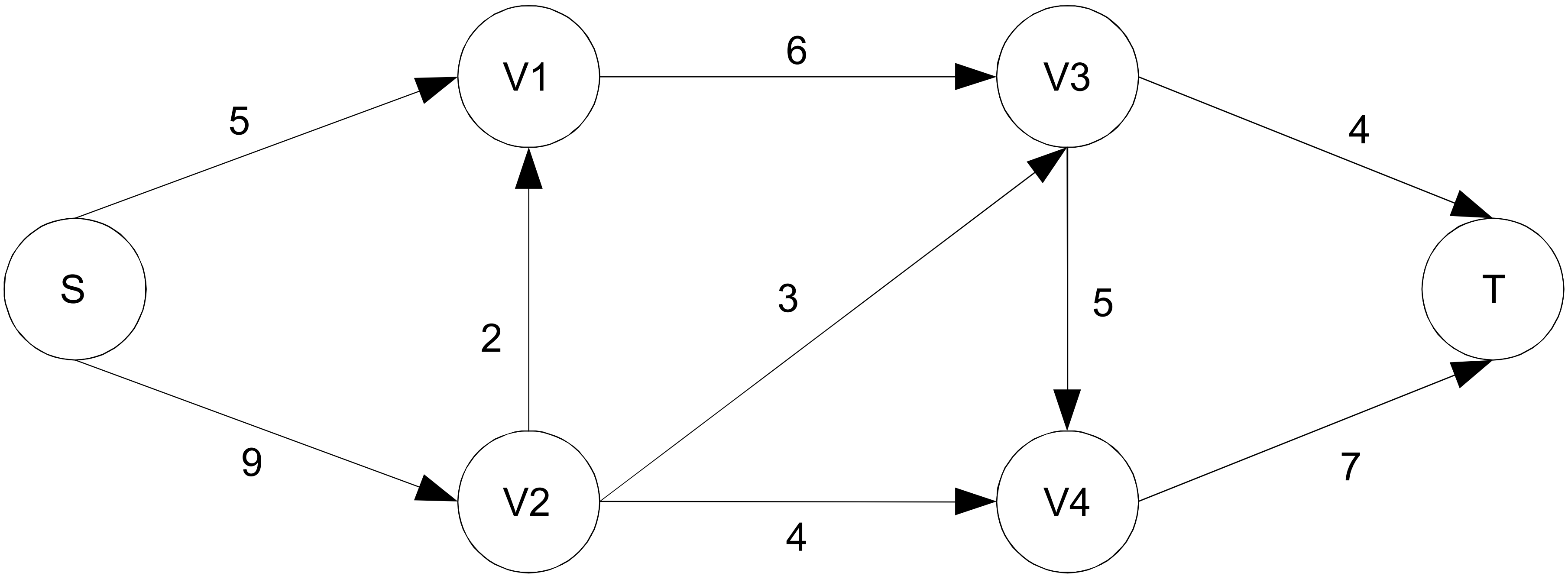
זרימה מקסימאלית – אלגוריתם פורד-פלקרסון

- מסלול אוגמנטי – מסלול מקודקוד המוצא לקודקוד היעד בעל זרימה חיובית (גדולה מ-0).

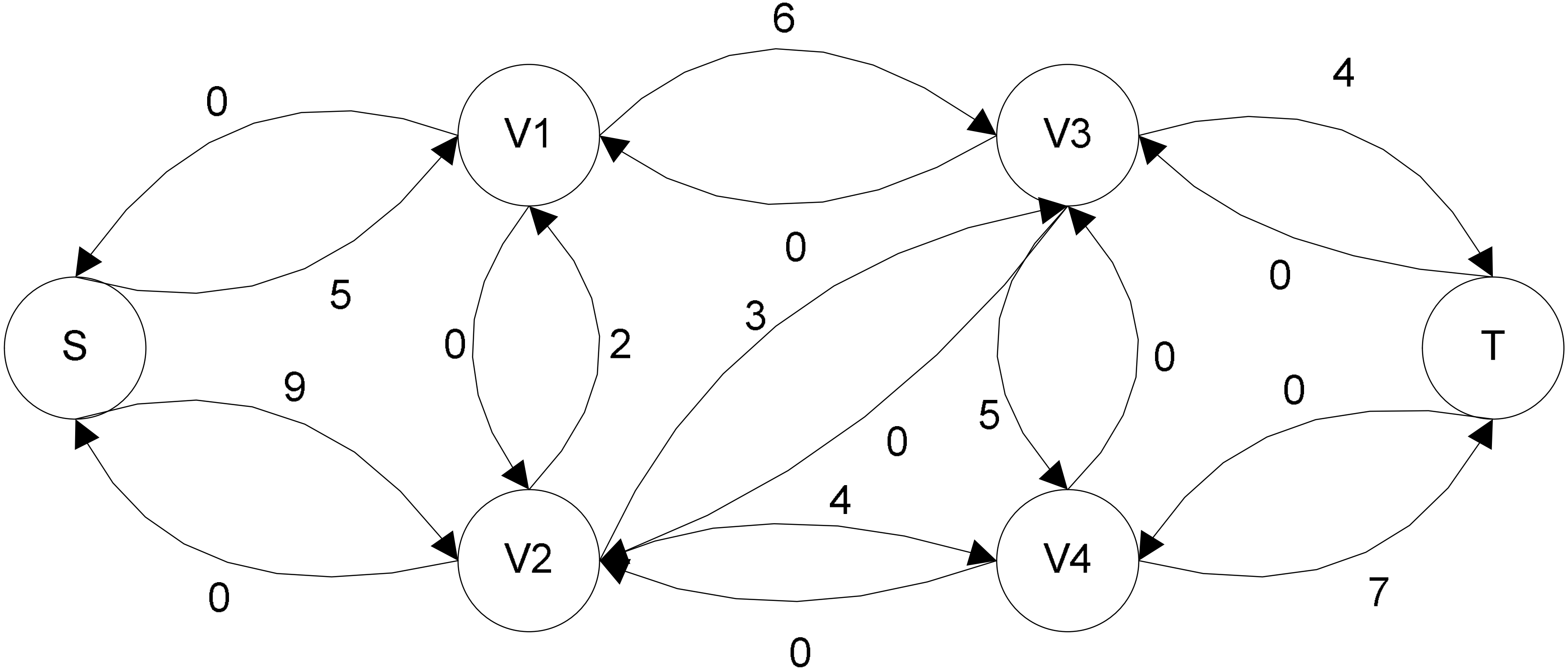
1. מצא מסלול אוגמנטי כלשהו (אקראית). אם אין מסלול כזה, סיים.
2. חשב את f, הזרימה המקסימלית של המסלול האוגמנטי שמצאנו ב-(1), אשר שווה לערך הזרימה הקטן ביותר מבין ערכי הזרימה של הקשתות השונות שמרכיבות את המסלול.
3. עבור כל קשת במסלול שמצאנו ב-(1), הפחת את f מערך הזרימה הנותרת של הקשת, וכן הוסף את f לערך הזרימה בכיוון הנגדי של הקשת.
4. חזור לשלב 1.

- הזרימה המקסימלית שווה לסך ערכי הזרימה שחישבנו בשלב (2).

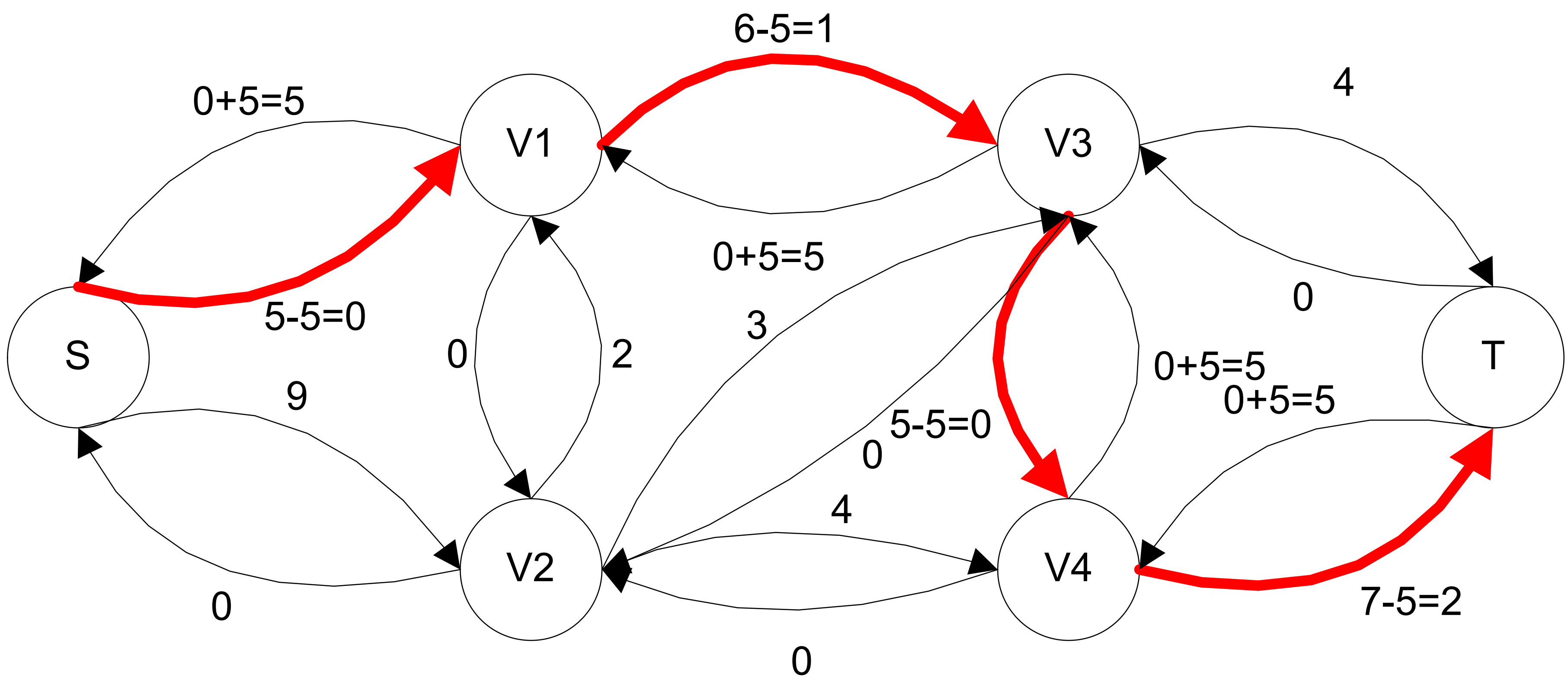
זרימה מקסימאלית – אלגוריתם פורד-פלקרסון



זרימה מקסימאלית – אלגוריתם פורד-פלקרסון



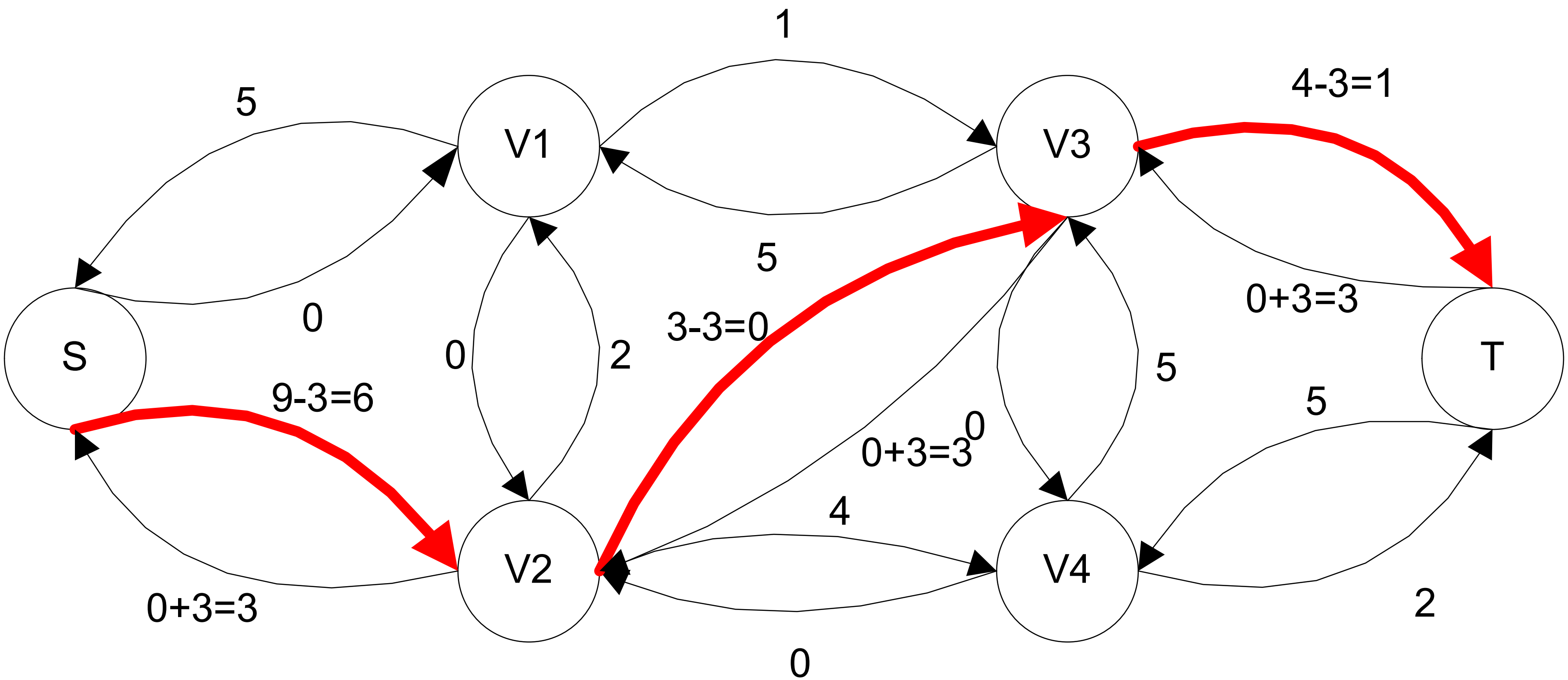
זרימה מקסימאלית – אלגוריתם פורד-פלקרסון



$$P1=\{S,V1,V3,V4,T)$$

$$Cf(P1)=min\{5,6,5,7\}=5$$

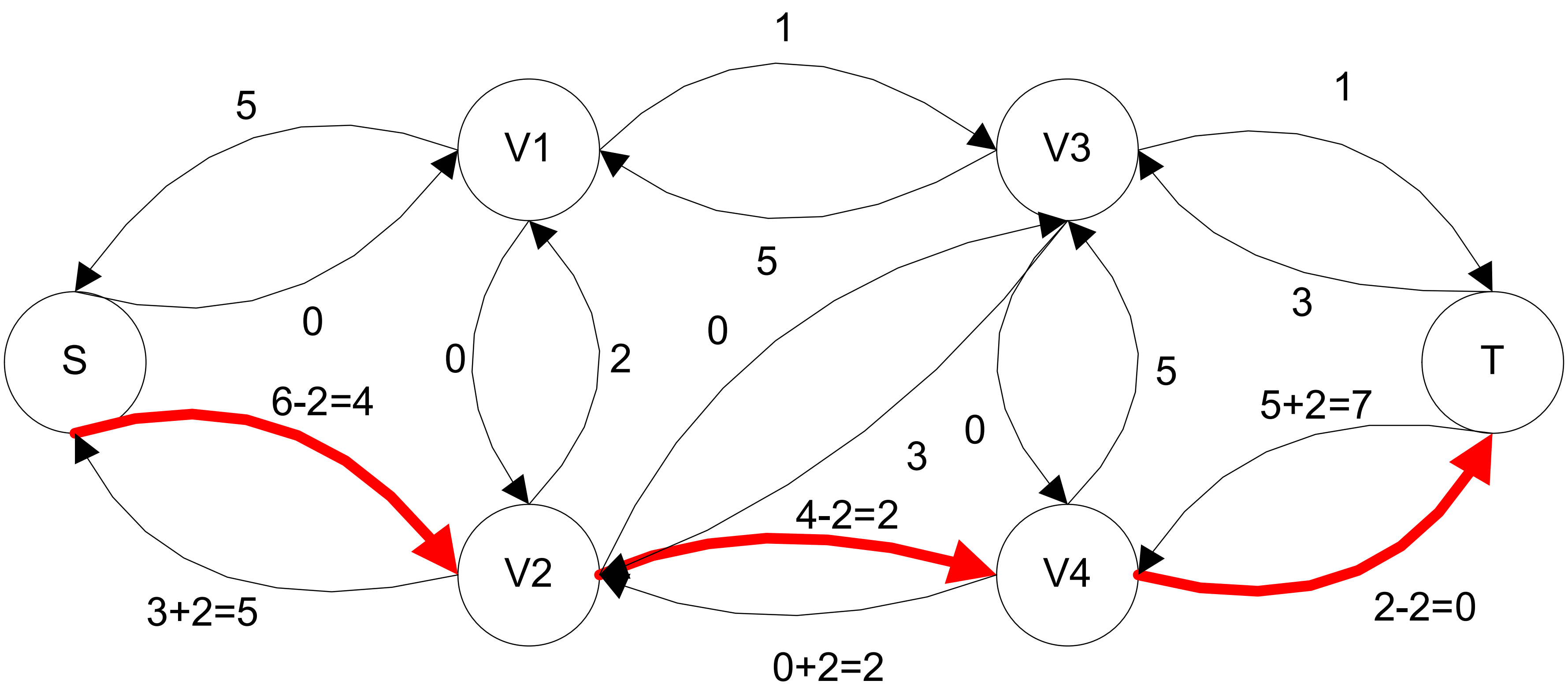
זרימה מקסימאלית – אלגוריתם פורד-פלקרסון



$P2=\{S,V2,V3,T\}$

$Cf(P2)=min\{9,3,4\}=3$

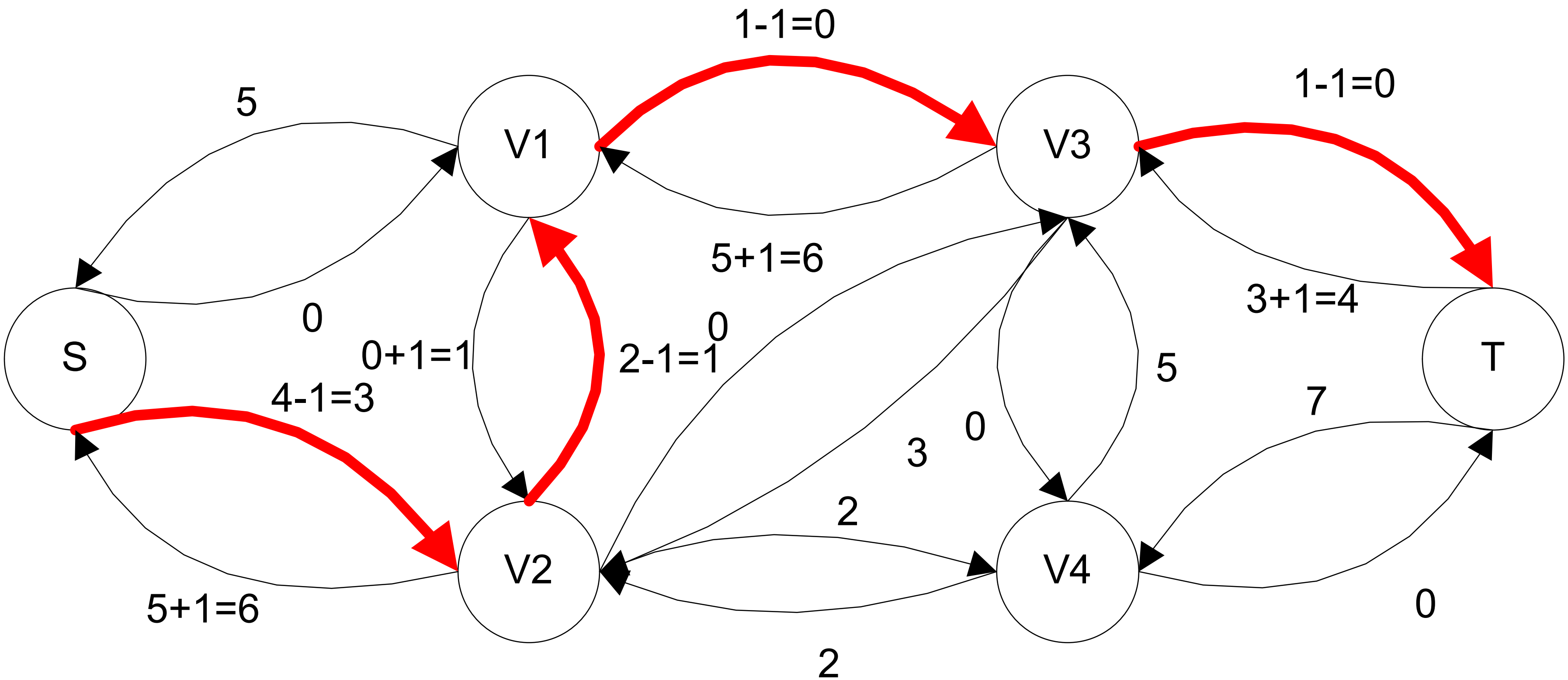
זרימה מקסימאלית – אלגוריתם פורד-פלקרסון



P3={S,V2,V4,T)

Cf(P3)=min{6,4,2}=2

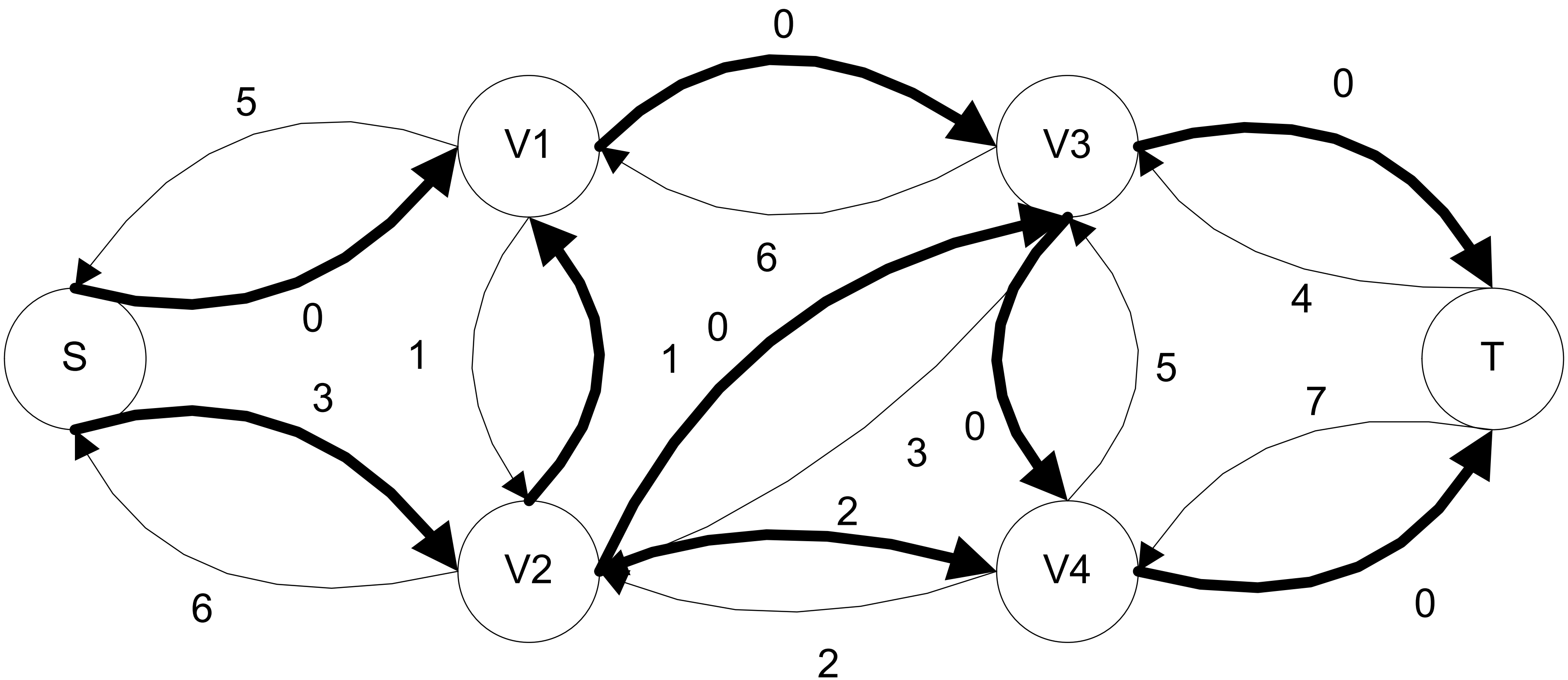
זרימה מקסימאלית – אלגוריתם פורד-פלקרסון



P4={S,V2,V1,V3,T)

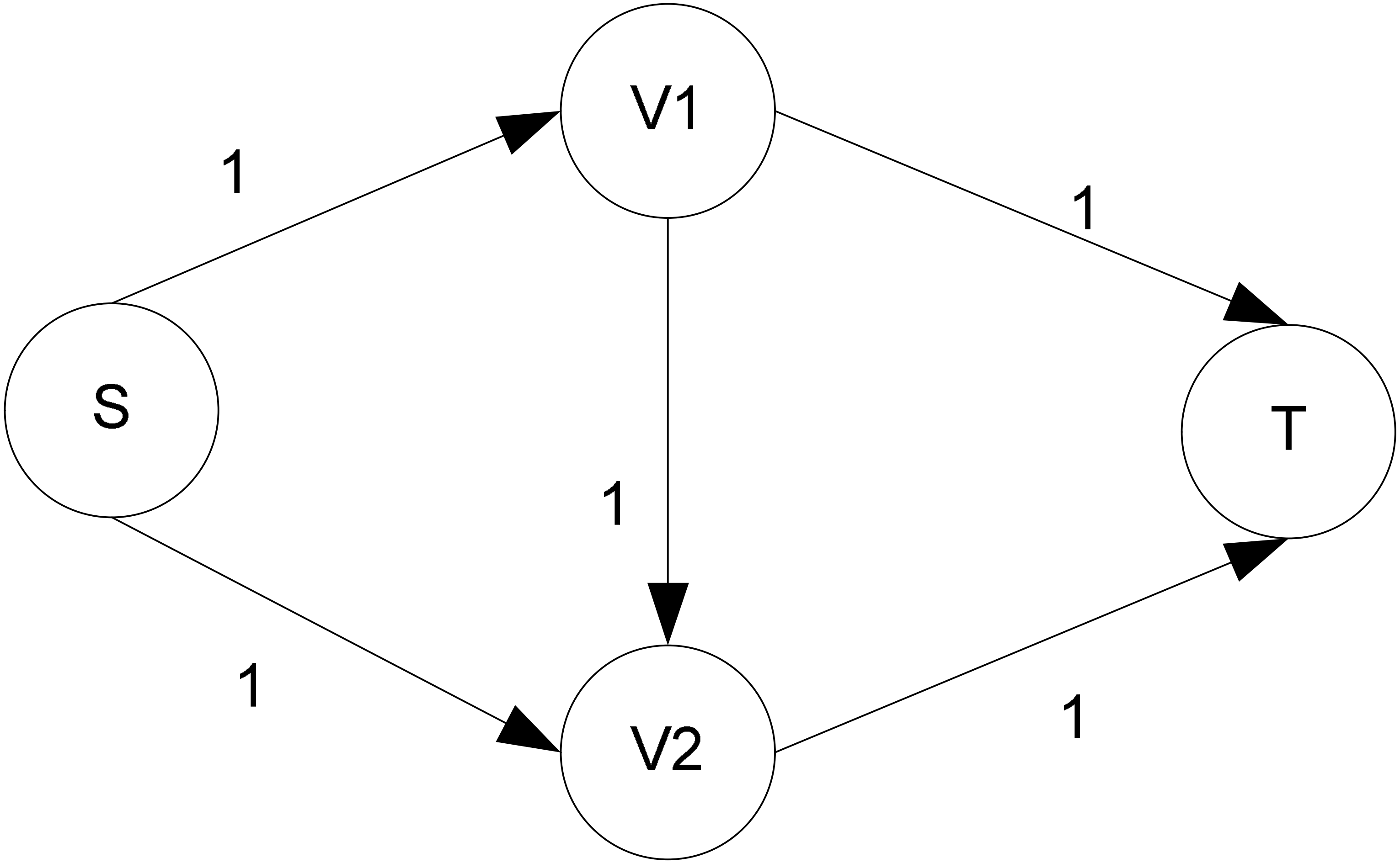
Cf(P4)=min{4,2,1,1}=1

זרימה מקסימאלית – אלגוריתם פורד-פלקרסון

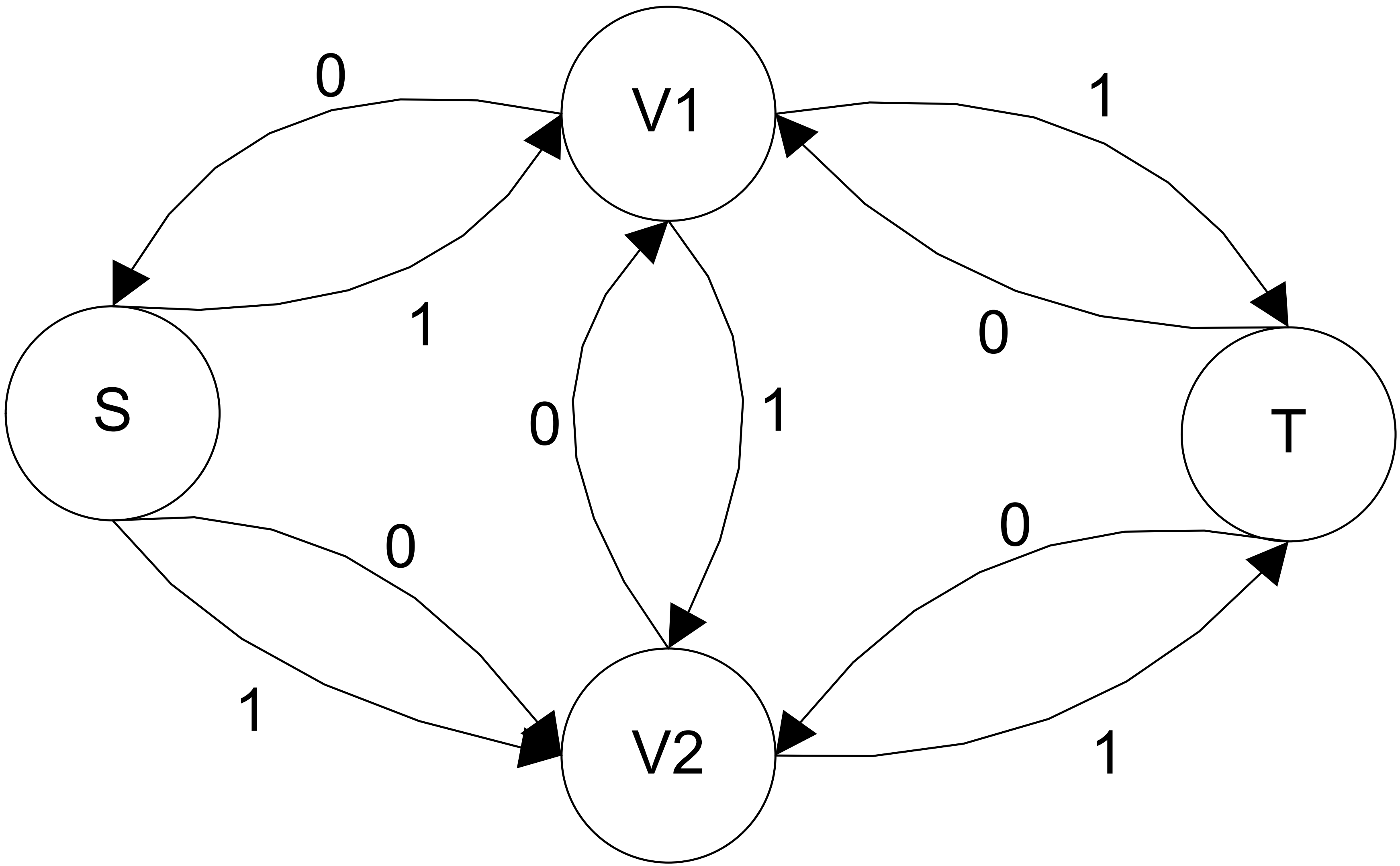


Max Flow=5+3+2+1=11

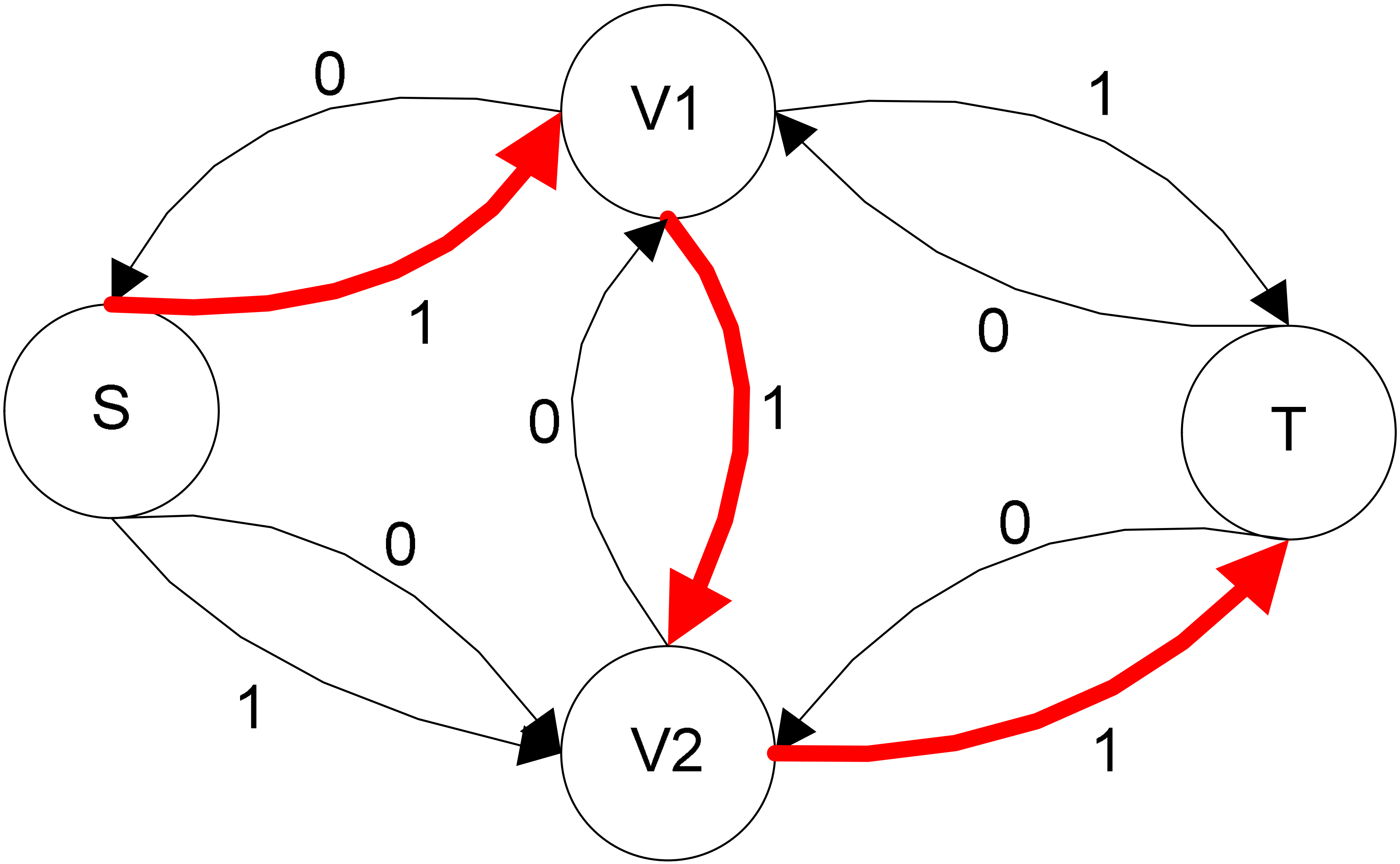
למה אנו צריכים את הקשתות החוזרות ?



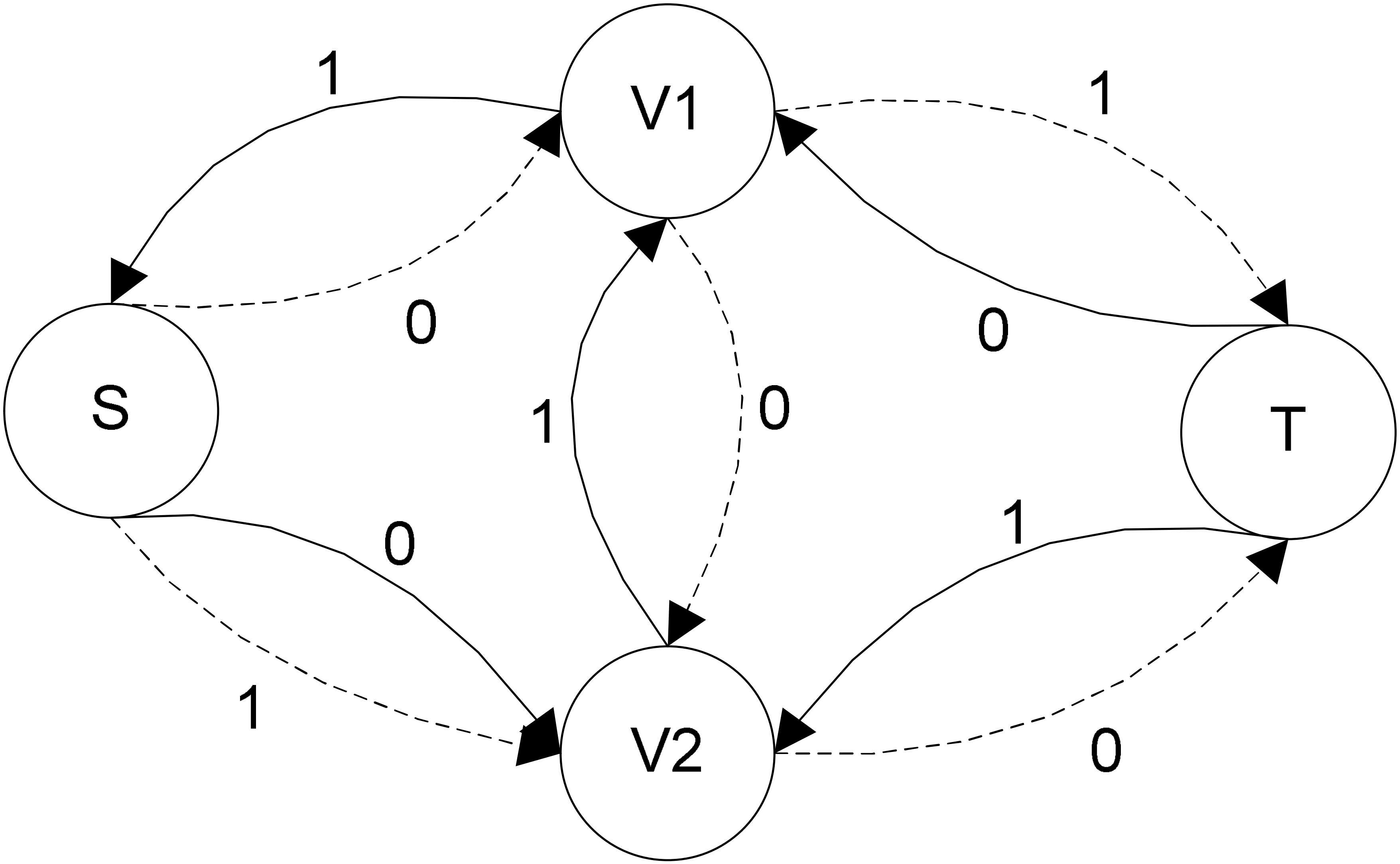
למה אנו צריכים את הקשתות החוזרות ?



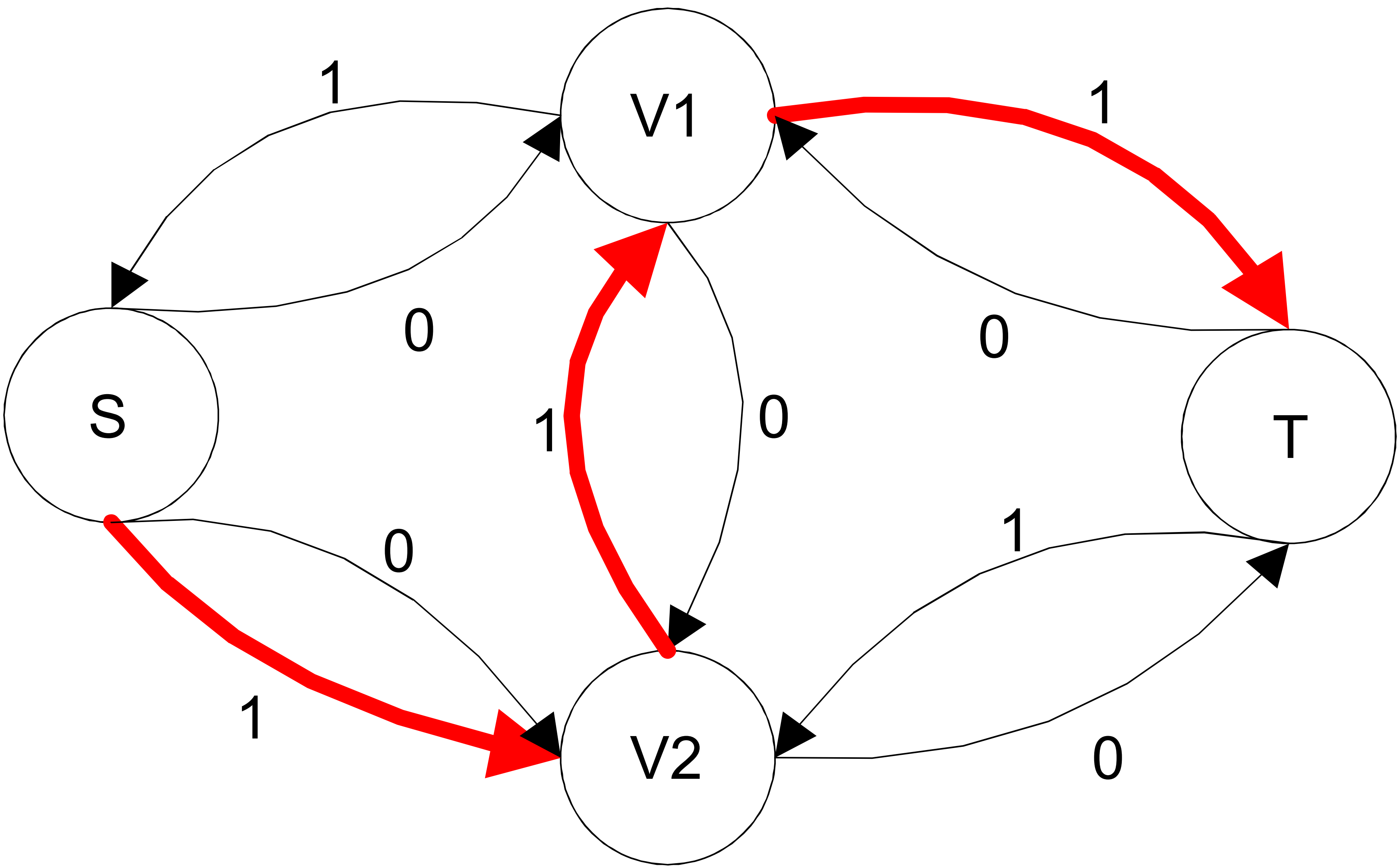
למה אנו צריכים את הקשתות החוזרות ?



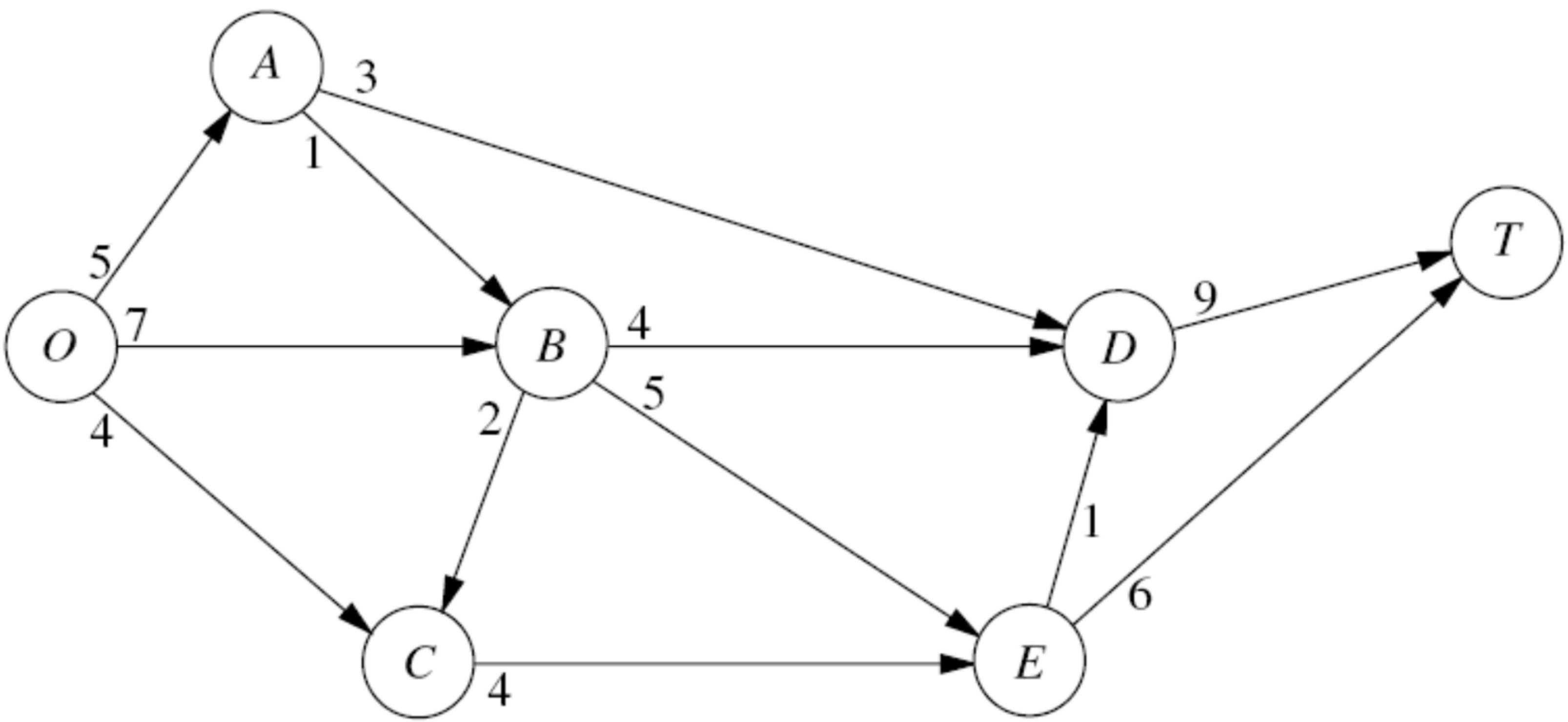
למה אנו צריכים את הקשתות החוזרות ?



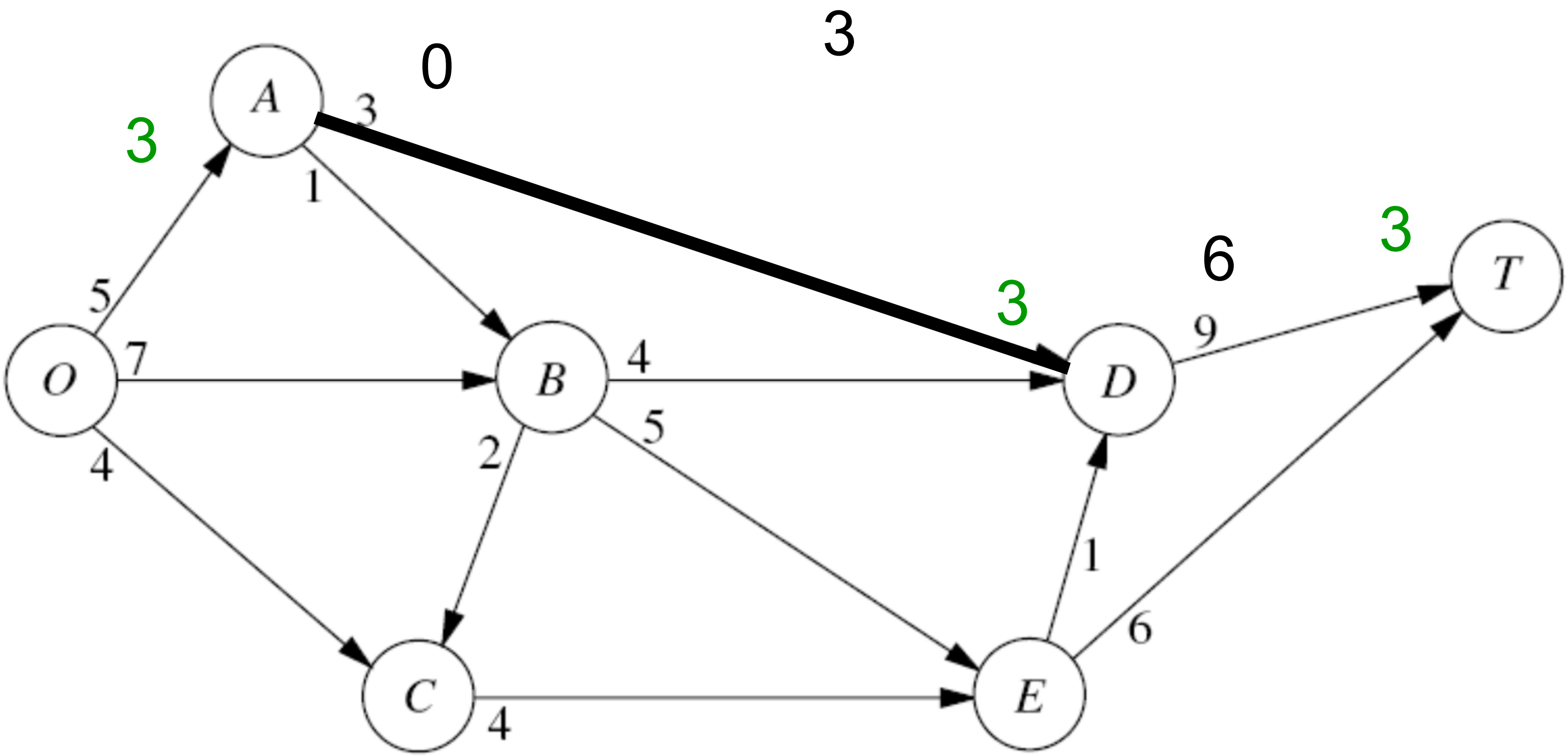
למה אנו צריכים את הקשתות החוזרות ?



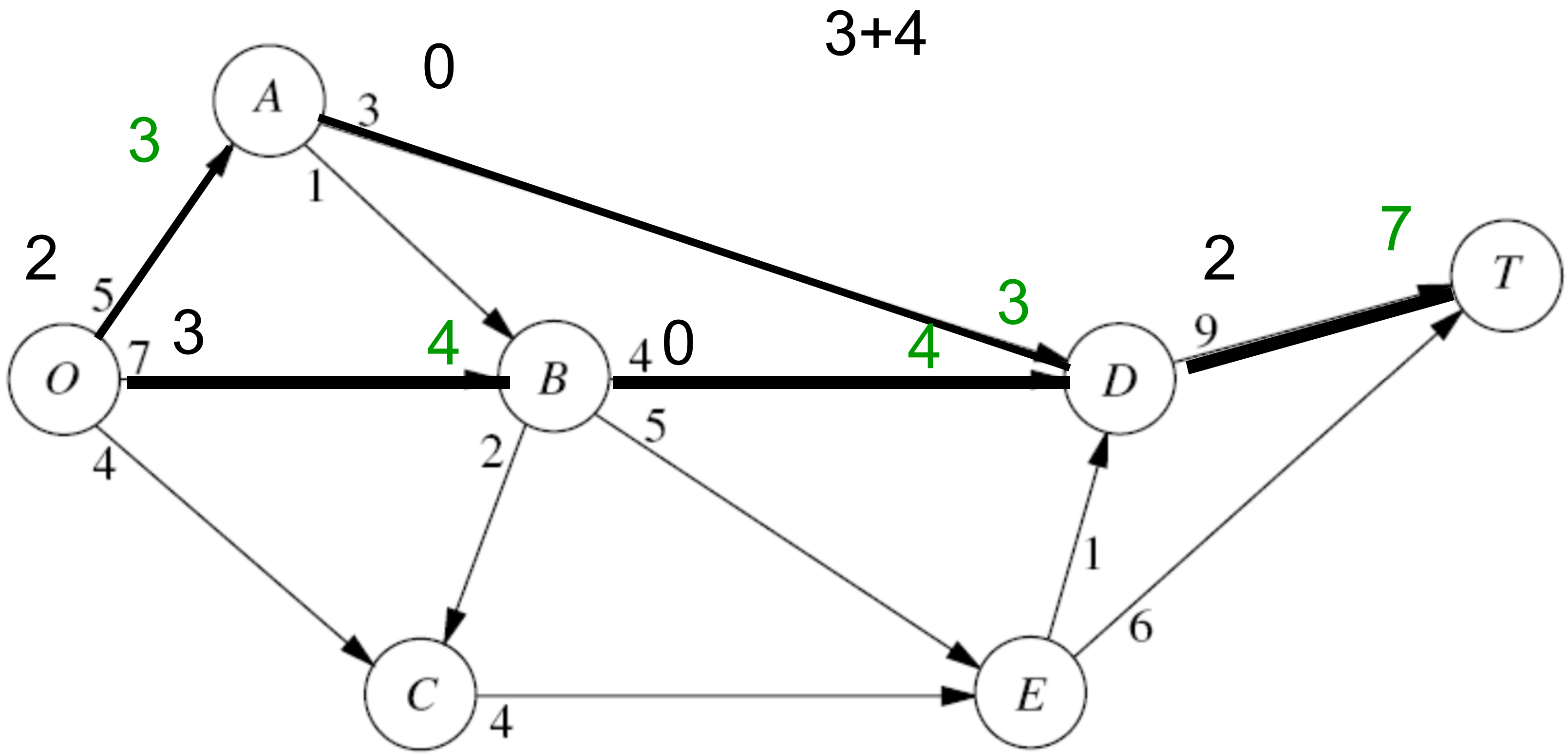
זרימה מקסימאלית – אלגוריתם פורד-פלקרסון



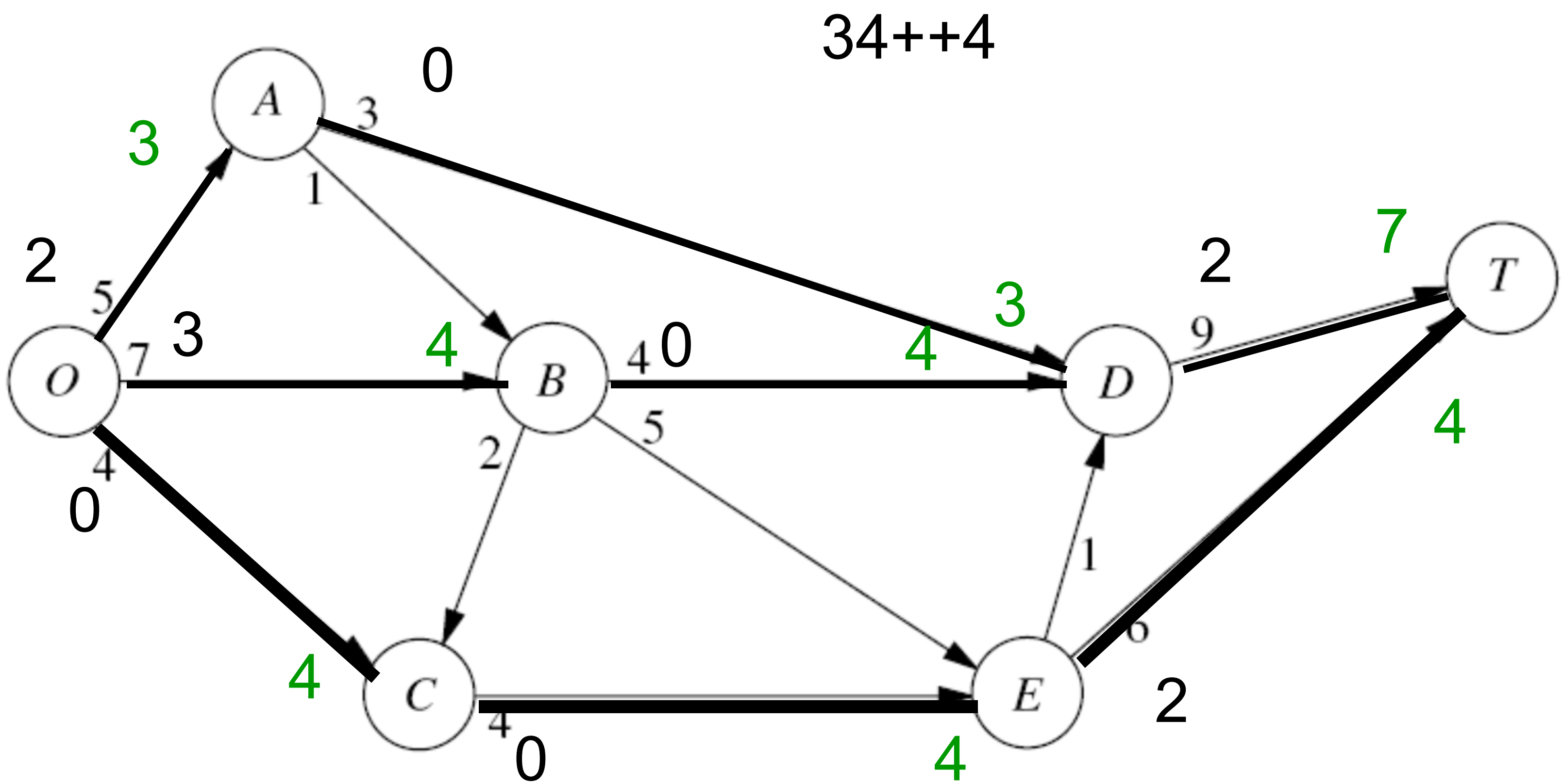
זרימה מקסימאלית – אלגוריתם פורד-פלקרסון



זרימה מקסימלית – אלגוריתם פורד-פלקרסון

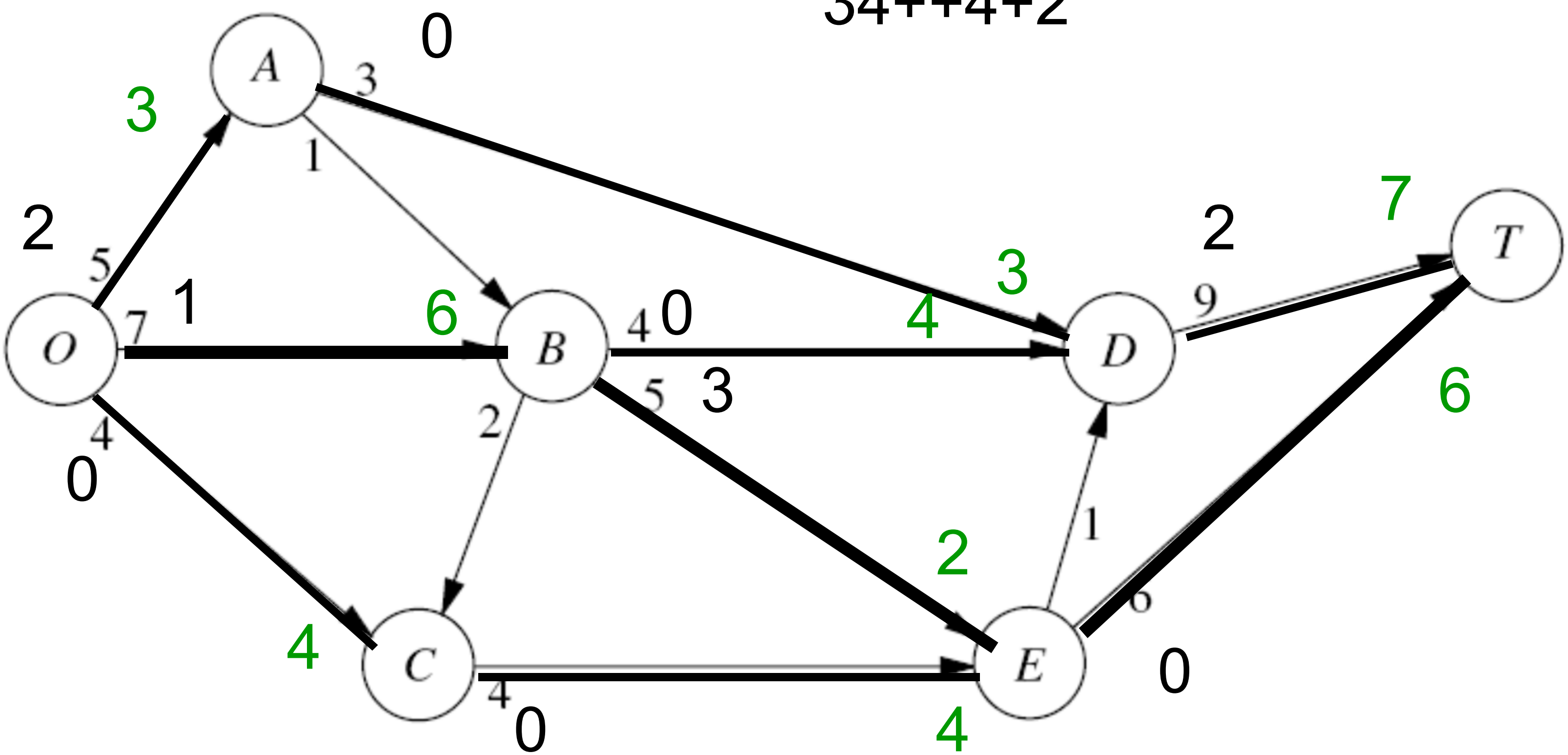


זרימה מקסימאלית – אלגוריתם פורד-פלקרסון



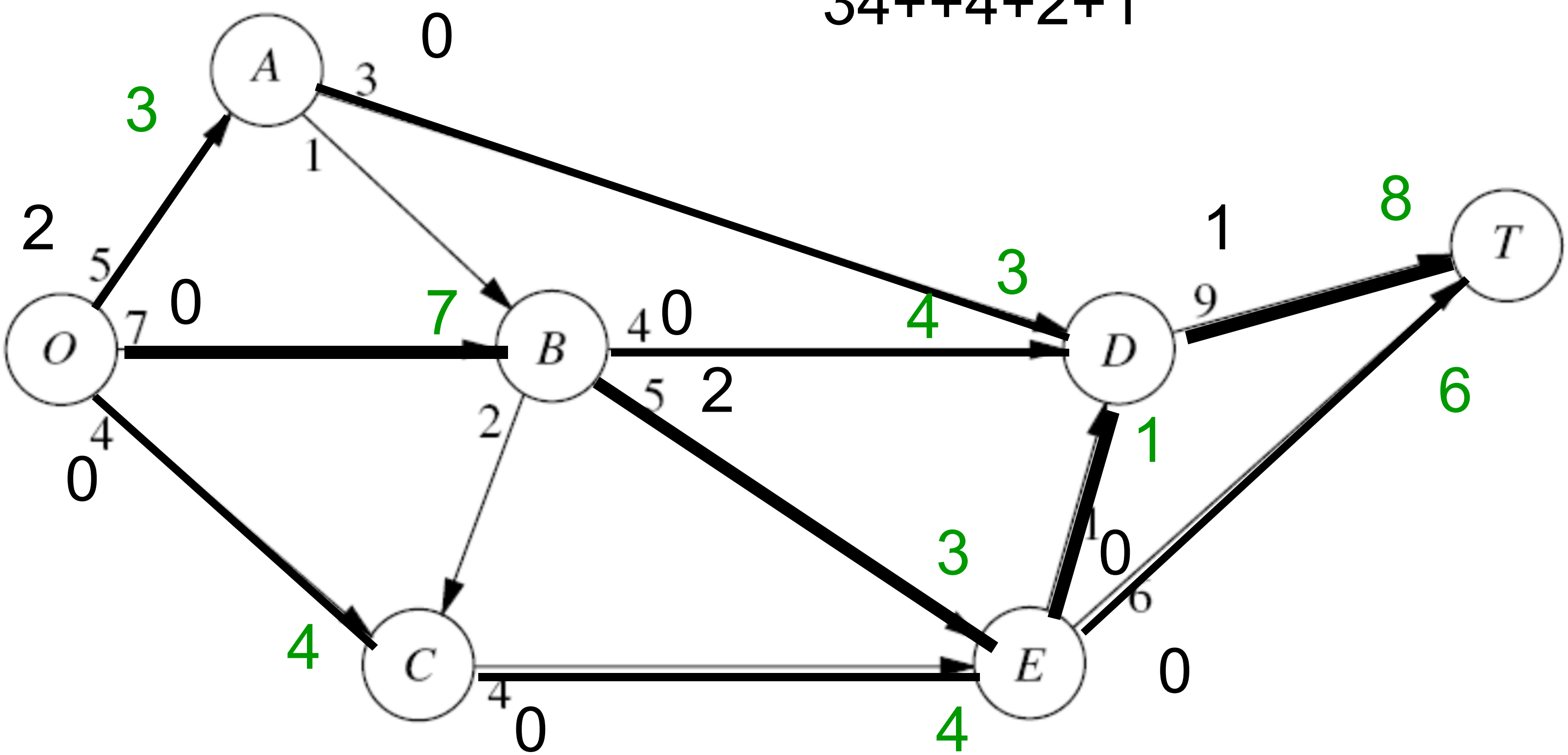
זרימה מקסימאלית – אלגוריתם פורד-פלקרסון

34++4+2



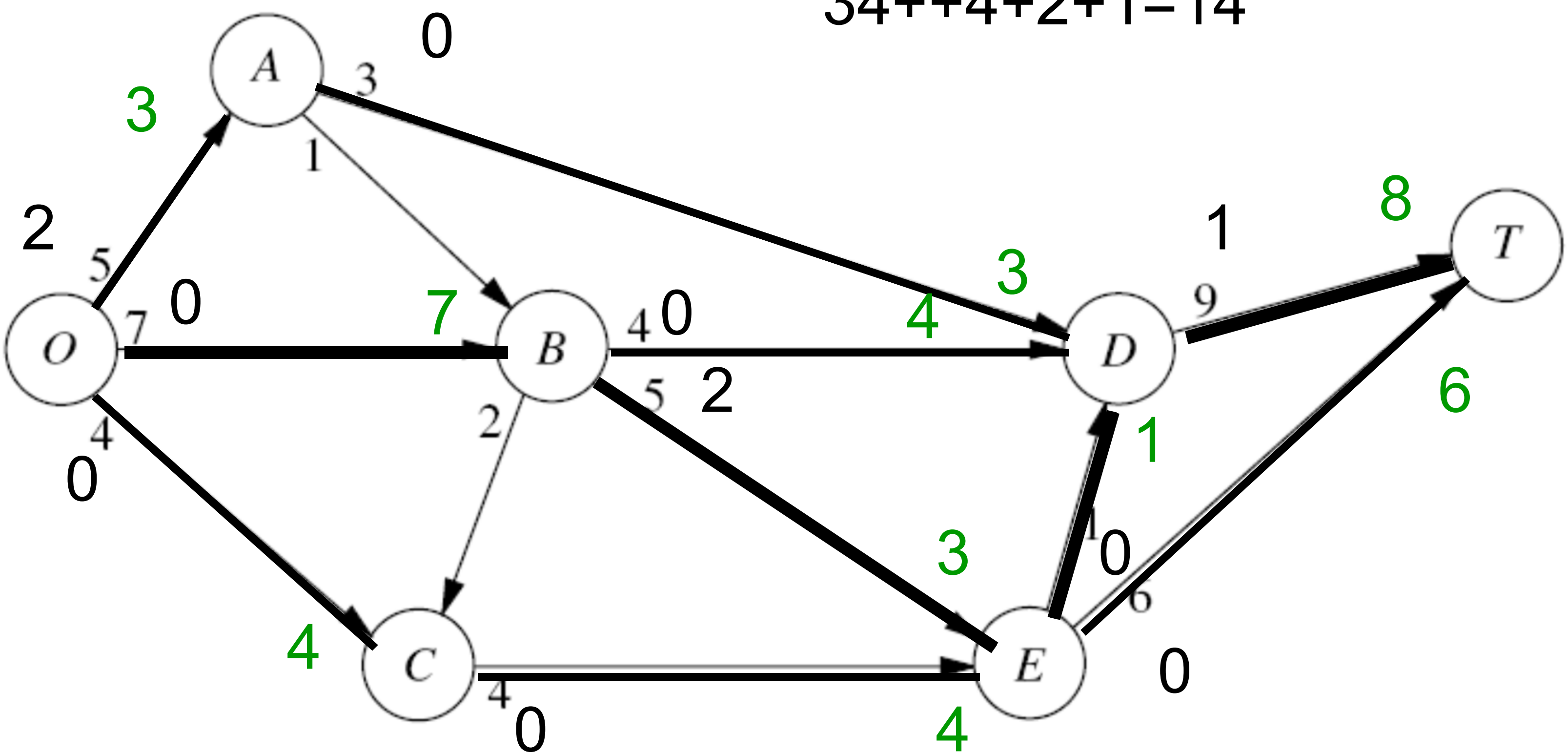
זרימה מקסימאלית – אלגוריתם פורד-פלקרסון

34++4+2+1

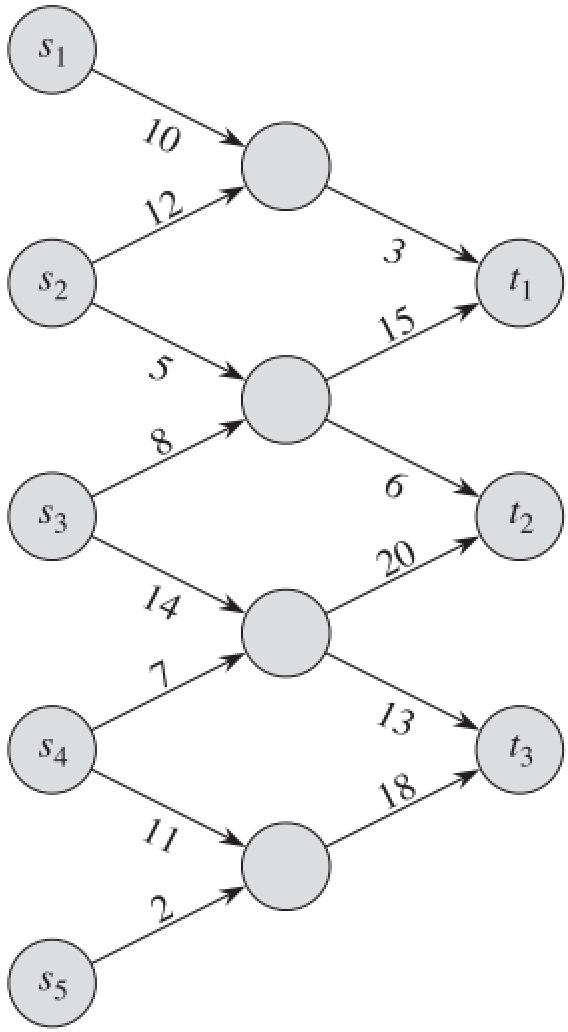


זרימה מקסימאלית – אלגוריתם פורד-פלקרסון

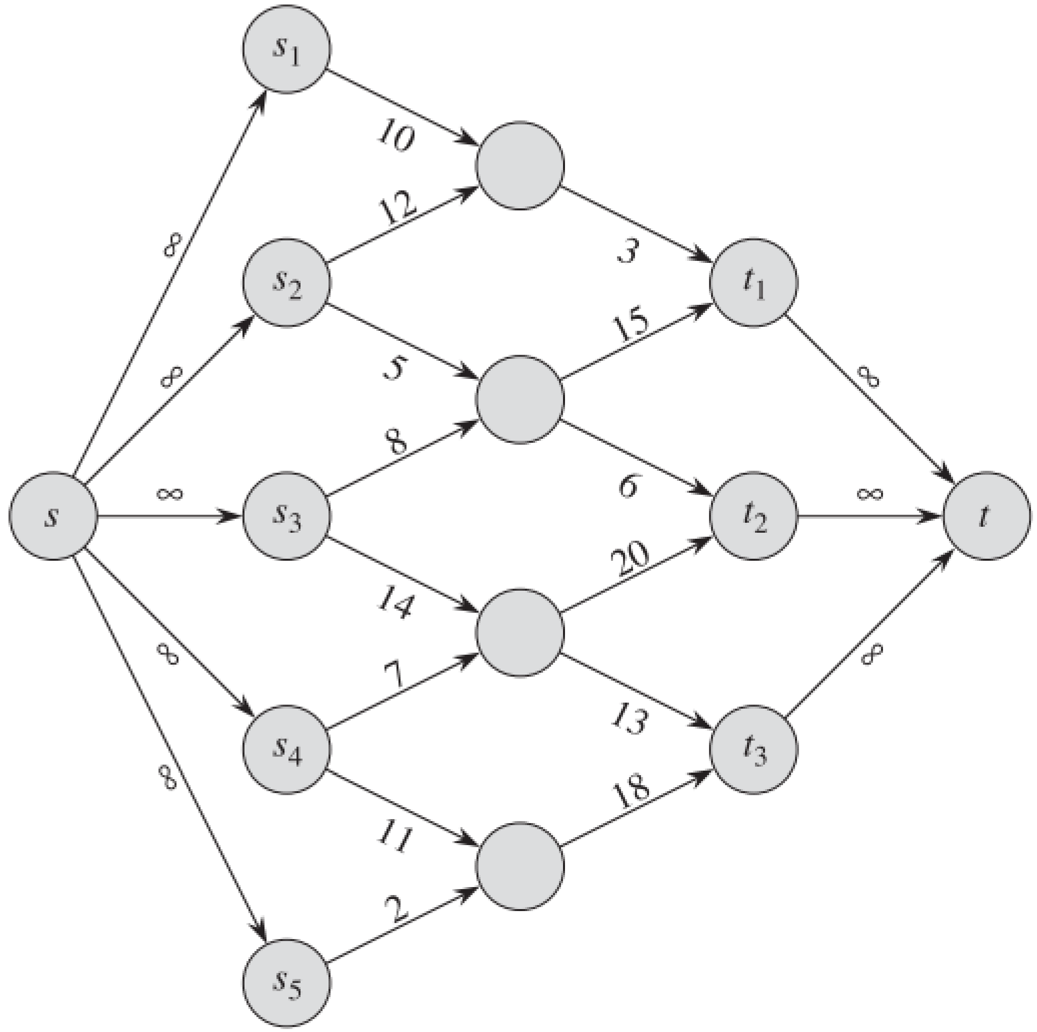
34++4+2+1=14



בעיית זרימה מקסימלית עם מספר מקורות ויעדים



בעיית זרימה מקסימלית עם מספר מקורות ויעדים



בעיית חתך מינימאלי – Min. Cut

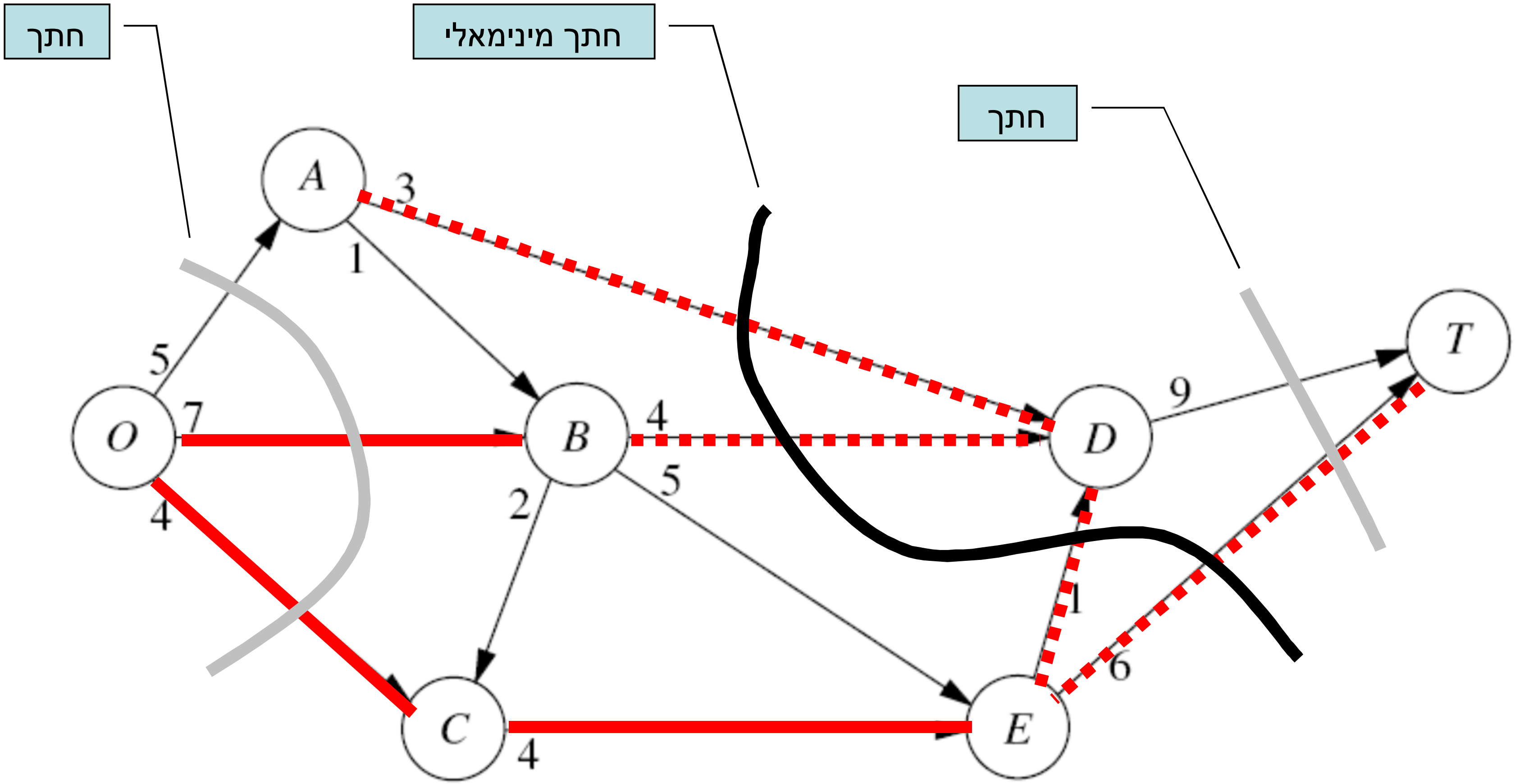
חתך: מחיקת קשתות מהגרף, כך שלא יהיה מסלול מ-S ל-T

ערך החתך: סך המשקלים של הקשתות המהוות את החתך

הבעיה: מציאת חתך בעל ערך מינימאלי.

- בעיית חתך מינימאלי היא הבעייה הדואלית (משלימה) של בעיית הזרימה המקסימאלית.
- בכדי למצוא את החתך המינימאלי אנו צריכים לפתור את בעיית הזרימה המקסימאלית.
- הקשתות ששייכות לחתך המינימאלי הן הקשתות שסך הזרימה בהן שווה לזרימה המקסימאלית.

בעיית חיתוך מינימאלי – Min. Cut



קשתות בעלות זרימה מקסימלית

קשתות ששייכות לחתך מינימאלי

שימושים לבעיית מינימום עלות

שימוש	קודקודי היצע (מקור)	קודקודי מעבר	קודקודי ביקוש (יעד)
תפעול רשת הפצה	מקור המוצרים	אתרי אחסון	לקוחות
טיפול באשפה מוצקה	מקור האשפה	מתקני טיהור	מטמונות
תפעול רשת הספקה	ספקים	מחסנים	מפעלים
תיאום תמהיל מוצרים	מפעלים	יצור מוצרים	שווקים למוצרים
ניהול תזרים מזומנים	מקורות	חלופות להשקעה	שימושים