המכללה האקדמית אשקלון
Ashkelon Academic College

ניהול התפעול והיצור

פרק 5 – זימון

ד"ר אורן נחום

תזמון פעולות יצור

- תזמון הוא מרכיב חשוב של בקרת התפעול בייצור ובשירותים.
- קיימות מס' בעיות תזמון העומדות בפני הארגון:
  - **תזמון פעולות הייצור** (בקרת רצפת הייצור) – סדר הפעולות ברצפת הייצור הממירות תשומות לתפוקות.
  - **תזמון כוח העבודה** – האם לענות לביקוש יוצא דופן ע"י שעות נוספות, עבודה במשמרות או קבלנות משנה ?
  - **תזמון מיתקנים** – חשוב כאשר המיתקן מהווה צוואר בקבוק (למשל תזמון חדרי ניתוח, או תזמון מעבדות באוניברסיטה).
  - **תזמון כלי רכב** – מערכות Dial-a-ride, פינוי שלג, חלוקת דואר או הפצה ללקוחות.

תזמון פעולות יצור

- קיימות מס' בעיות תזמון העומדות בפני הארגון (המשך):

- **תזמון פרויקטים** – פרויקט הוא סדרה של פעילויות הקשורות זו לזו. אמנם אפשר לבצע חלק מהפעולות במקביל, אולם ישנן פעולות רבות שאותן לא ניתן להתחיל לפני סיום ביצוע פעולות אחרות.

- **תזמון דינמי מול תזמון סטאטי** – רוב הבעיות המתוארות הן סטאטיות, כלומר אוסף של פעולות המגיעות ביחד ויש לבצע אותן. במציאות הרבה בעיות הן דינמיות, כלומר, אנו מקבלים את הפעולות לביצוע לאורך זמן (בעיה רציפה).

תזמון הייצור וההיררכיה של החלטות ייצור

- ❑ תזמון מפורט של היבטים שונים של תפקודי התפעול חיוני לבקרת תזמון פעילות היצור.

תחזית ביקוש עתידי

⇓

תכנון מצרפי

⇓

תוכנית אב לייצור
תזמון הייצור – כמויות למוצר לפי תקופת זמן

⇓

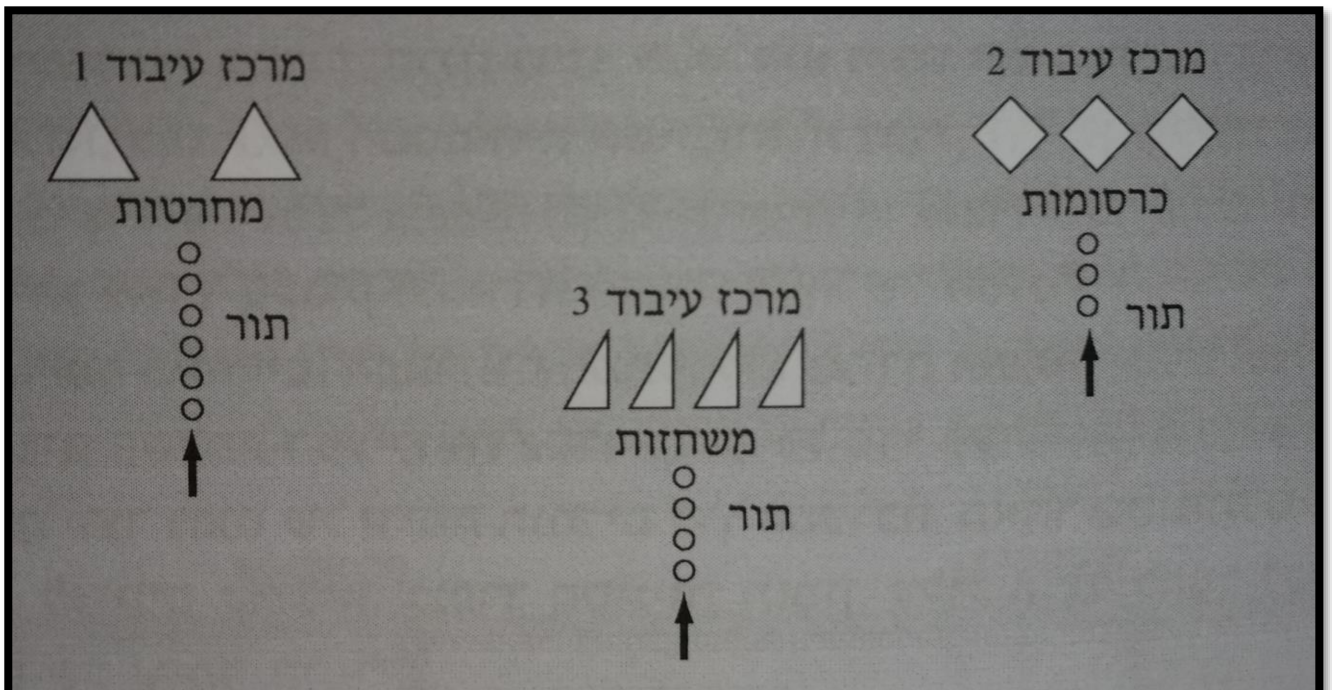
תכנון דרישות חומרים
פירוק תוכנית אב לקבלת דרישות לרכיבים ומוצרים סופיים

⇓

תוכנית ייצור מפורטת
מתן מענה לכמויות ייצור נדרשות לפי מערכת תד"ח

תזמון הייצור וההיררכיה של החלטות ייצור

- בקרת רצפת הייצור פירושה תזמון כוח עבודה וציוד במרכז העבודה כדי לענות על מועדי היעד של אוסף הפריטים.
- לפרקים יש לבצע את תהליך הייצור ע"י מספר מכונות בסדר מסוים.



מאפיינים חשובים של בעיית תזמון פעולות הייצור

- להלן סוגיות משמעותיות לקביעת חוקי תזמון (כמעט) אופטימליים:
  - **דפוס הגעת הפריטים** – לרוב מתייחסים לבעיה כבעיה סטאטית (תצלום מצב קיים), בפועל מס' הפריטים הממתינים לעיבוד משתנה כל הזמן.
  - **רמת הגיוון במכונות בסדנת הייצור** – ההנחה הרווחת היא שכל המכונות מאותו סוג זהות. בפועל התפוקה של מכונה תלויה במצב המכונה, מיומנות העובדים וכו'. אלגוריתמים שונים לרוב לא מתייחסים לרמת גיוון זו.
  - **מס' העובדים** – מס' העובדים ומגוון המכונות ומספרן יקבעו את כושר הייצור.

מאפיינים חשובים של בעיית תזמון פעולות הייצור

- להלן סוגיות משמעותיות לקביעת חוקי תזמון (כמעט) אופטימליים (המשך):
  - **דפוסי זרימה מיוחדים** – סוגיות שינוע, לדוגמה, נידונות בנפרד מסוגיות תזמון, דבר שעלול להניב דפוסים בלתי ישימים של זרימת חומרים.
  - **הערכת חוקים חלופיים** – בחירת היעדים תקבע את ההתאמה והיעילות של חוקי הסדר. לעיתים יש יותר מיעד חשוב אחד, כך שלא ניתן לקבוע חוק אופטימאלי יחיד.

מטרות תזמון פעולות הייצור

- אחד הקשיים בתזמון הוא ריבוי מטרות, אשר לרוב נוגדות אחת את השנייה.
- כמה מהמטרות הנפוצות הן:
  - עמידה בלוחות זמנים
  - מזעור רמת מלאי בתהליך
  - מזעור זמן הזרימה הממוצע במערכת
  - הגדלת הניצולת של העובדים למכונות
  - קבלת דיווח אמין של מצב הפריטים
  - הקטנת זמן הכינון
  - מזעור עלויות ייצור ועלויות עובדים

מונחים בתזמון פעולות הייצור

- **זרימה קווית** (Flow Shop) – המוצרים המעובדים עוברים באופן סידרתי ממכונה 1 עד מכונה m. כל אחד מ-n הפריטים חייב להיות מעובד ב-m מכונות באותו הסדר, וכל פריט עובר פעם אחת בכל מכונה.
- **סדנת ייצור** (Job Shop) – נבדלת מזרימה קווית בכל שלא כל הפריטים דורשים עיבוד ב-m מכונות, ומספר פריטים עשויים לדרוש יותר מפעילות אחת על מכונה מסוימת. יתרה מזאת, לכל פריט יש סדר פעולות אחר.
- **עיבוד מקבילי לעומת עיבוד טורי** – בעיבוד טורי קיימות m מכונות שונות, ועיבודים שונים נעשים ע"י המכונות השונות. בעבוד מקבילי אנו מניחים שכל המכונות זהות, וכל פעילות יכולה להתבצע ע"י כל מכונה.
- **זמן זרימה** (Flow Time) – זמן הזרימה הוא הזמן החולף מתחילת העיבוד ע"י המכונה הראשונה ועד לסיום העיבוד ע"י המכונה האחרונה (הזמן שבו שוהה המוצר במערכת).

מונחים בתזמון פעולות הייצור

- **מרווח ייצור** (Makespan) – מרווח הזמן מתחילת העיבוד של הפריט הראשון על המכונה הראשונה ועד זמן סיום העיבוד של הפריט האחרון על המכונה האחרונה (הזמן הכולל של כל הפריטים).
- **פיגור** (Tardiness) **וחריגה** (Lateness) – פיגור הוא ההפרש החיובי בין זמן סיום העיבוד של הפריט ובין זמן המסירה המתוכן שלו (זמן היעד). עבודה בפיגור היא עבודה שהסתיימה לאחר זמן היעד. חריגה מתייחסת להפרש בין זמן הסיום וזמן היעד של העבודה, והיא נבדל מפיגור בכך שהיא יכולה להיות הן חיובית והן שלילית.

השוואת חוקי סידרור

- נבחן את סדנת הייצור בנקודת זמן קבועה.
- נתמקד במקרה הפשוט של מכונה אחת בלבד.
- נניח שיש אוסף של פריטים הדורשים עיבוד על המכונה ולכל פריט זמן עיבוד ויעד שונים.

מספר פריט (סדר הגעה)	זמן עיבוד (בימים)	זמן יעד
1	11	61
2	29	45
3	31	31
4	1	33
5	2	32

ראשון מגיע ראשון נכנס

- First Come First Served – FCFS

מספר פריט (סדר הגעה)	זמן עיבוד (בימים)	זמן יעד (בימים)	פיגור (בימים)
1	11	61	0
2	29	45	0
3	31	31	40
4	1	33	39
5	2	32	42
סה"כ	268		121

- זמן זרימה ממוצע בימים: $\frac{268}{5} = 53.6$
- פיגור ממוצע בימים: $\frac{121}{5} = 24.2$
- מספר פריטים בפיגור: 3

זמן עיבוד קצר ביותר (SPT)

- הפריטים מסודרים לפי סדר עולה של זמן העיבוד.

פיגור (בימים)	זמן יעד (בימים)	זמן סיום (בימים)	זמן עיבוד (בימים)	מספר פריט (סדר הגעה)
0	33	1	1	4
0	32	3	2	5
0	61	14	11	1
0	45	43	29	2
43	31	74	31	3
43		135		סה"כ

- זמן זרימה ממוצע בימים: $\frac{135}{5} = 27$
- פיגור ממוצע בימים: $\frac{43}{5} = 8.6$
- מספר פריטים בפיגור: 1

זמן יעד מוקדם ביותר (EDD)

- הפריטים מסודרים לפי סדר זמן היעד שלהם.

פיגור (בימים)	זמן יעד (בימים)	זמן סיום (בימים)	זמן עיבוד (בימים)	מספר פריט (סדר הגעה)
0	31	31	31	3
1	32	33	2	5
1	33	34	1	4
18	45	63	29	2
13	61	74	11	1
33		235		סה"כ

- זמן זרימה ממוצע בימים: $\frac{235}{5} = 47$
- פיגור ממוצע בימים: $\frac{33}{5} = 6.6$
- מספר פריטים בפיגור: 4

תזמון יחס קריטי (CR)

- לאחר עיבוד כל פריט, מחשבים את ההפרש בין זמן יעד לזמן הנוכחי ומחלקים את ההפרש בזמן העיבוד.

$$CR = \frac{Due\ date - Current\ time}{Processing\ time}$$

- יש לתזמן את הפריט הבא כך שהיחס הקריטי יהיה קטן ככל האפשר.
- מטרת תזמון היחס הקריטי היא איזון בין SPT, המתחשב אך ורק בזמן העיבוד, לבין EDD, המתחשב רק בזמן היעד.
- היחס יקטן ככל שהזמן הנוכחי מתקרב לזמן היעד.
- עדיפות תינתן לפריטים בעלי זמן עיבוד ארוך.
- חסרונה של השיטה הוא בכך שיש לחשב מחדש את היחס הקריטי לאחר כל פעולה.

תזמון יחס קריטי (CR)

- זמן נוכחי: t=0

מספר פריט (סדר הגעה)	זמן עיבוד (בימים)	זמן יעד (בימים)	יחס קריטי
1	11	61	61/11=5.54
2	29	45	45/29=1.55
3	**31**	**31**	**31/31=1**
4	1	33	33/1=33
5	2	32	32/2=16

- הערך הקריטי מתייחס לפריט מס' 3. ולכן פריט מס' 3 יעובד ראשון.
- מאחר שעיבוד פריט 3 לוקח 31 יחידות זמן, עלינו לעדכן את כל היחסים הקריטיים בהתאם.

תזמון יחס קריטי (CR)

- זמן נוכחי: t=31

יחס קריטי	זמן יעד (בימים)	זמן עיבוד (בימים)	מספר פריט (סדר הגעה)
30/11=2.72	61-31=30	11	1
14/29=0.48	**45-31=13**	**29**	**2**
2/1=2	33-31=2	1	4
1/2=0.5	32-31=1	2	5

- הערך הקריטי מתייחס לפריט מס' 2. ולכן פריט מס' 2 יעובד שני.
- מאחר שעיבוד פריט 2 לוקח 29 יחידות זמן, עלינו לעדכן את כל היחסים הקריטיים בהתאם.

תזמון יחס קריטי (CR)

- זמן נוכחי: t=31+29=60

מספר פריט (סדר הגעה)	זמן עיבוד (בימים)	זמן יעד (בימים)	יחס קריטי
1	11	61-60=1	1/11=0.09
4	1	33-60=(-27)	(-27)/1<0
5	2	32-60=(-28)	(-28)/2<0

- לפריטים 4 ו-5, היחס הקריטי הוא שלילי. יחס קריטי שלילי מלמד על איחור, ולכן יש עדיפות לפריטים אלו. מכוון שהם מתוזמנים לפי SPT, הסדר יהיה פריט 4 ראשון, לאחריו פריט 5, ואילו פריט 1 יעובד אחרון.

תזמון יחס קריטי (CR)

- נסכם

מספר פריט (סדר הגעה)	זמן עיבוד (בימים)	זמן סיום (בימים)	פיגור (בימים)
3	31	31	0
2	29	60	15
4	1	61	28
5	2	63	31
1	11	74	13
סה"כ		289	87

- זמן זרימה ממוצע בימים: $\frac{289}{5} = 57.8$
- פיגור ממוצע בימים: $\frac{87}{5} = 17.4$
- מספר פריטים בפיגור: 4

מבוא לתיאוריית סידרור מכונה יחידה

- נניח ש-n פריטים מחכים לעיבוד ע"י מכונה יחידה. לכל פריט i נגדיר:
  - t_i - זמן הביצוע לפריט i
  - d_i - זמן יעד לסיום העיבוד של פריט t
  - W_i - זמן ההמתנה של פריט i
  - F_i - זמן זרימה של פריט i
  - L_i - חריגה של פריט i
  - T_i - פיגור של פריט i
  - E_i - הקדמת סיום ביצוע של פריט i

מבוא לתיאוריית סידרור מכונה יחידה

- זמני העיבוד וזמני היעד של הפריטים השונים קבועים לכל הפריטים.
- זמן ההמתנה של פריט הוא משך הזמן שעל הפריט להמתין לפני שניתן להתחיל לעבד אותו. זהו גם סך זמני העיבוד של הפריטים הקודמים.
- זמן הזרימה הוא זמן ההמתנה ועוד זמן העיבוד ($F_i = W_i + t_i$).
- זמן הזרימה וזמן הסיום של פריט i זהים עבור המקרה של מכונה אחת.
- חריגה של פריט i מוגדרת כ-$L_i = F_i - d_i$, והיא יכולה להיות חיובית או שלילית.
- פיגור הוא החלק החיובי של החריגה ($T_i = \max[L_i, 0]$).
- הקדמה היא החלק השלילי של החריגה ($E_i = \max[-L_i, 0]$).
- פיגור מרבי נתון ע"י הפונקציה: $T_{max} = \max\{T_1, T_2, \ldots, T_n\}$.

מבוא לתיאוריית סידרור מכונה יחידה

- זמן הזרימה הממוצע נתון ע"י הנוסחא:

$$F' = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} F_i$$

- מאחר שאנו דנים במקרה של מכונה יחידה, ניתן לבטא כל תיזמון ע"י חלופה (פרמוטציה) של המספרים השלמים $1,2,\ldots,n$. במקרה זה קיימות $n!$ חלופות תזמון.

סידור לפי זמן עיבוד קצר ביותר (SPT)

- יהיו $[1],[2],\dots,[n]$ חלופות כלשהן של המספרים $1,2,\dots,n$.
- משך השהייה של פריט המתוזמן לעיבוד במיקום k הוא: $F_k=\sum_{i=1}^{k}t_{[i]}$.
- זמן הזרימה הממוצע הוא: $\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}F_{[k]}=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\sum_{i=1}^{k}t_{[i]}$
- ניתן לתאר סכום כפול גם בצורה הבאה:

$$k=1: t_{[1]}$$
$$k=2: t_{[1]}+t_{[2]}$$
$$\vdots$$
$$k=n: t_{[1]}+t_{[2]}+\cdots+t_{[n]}$$

- ע"י סיכום עמודות הערכים במקום שורות ערכים נוכל לבטא את $\bar{F}$ באופן הבא: $nt_{[1]}+(n-1)t_{[2]}+\cdots+t_{[n]}$

סידור לפי זמן עיבוד קצר ביותר (SPT)

- ❑ אנו רוצים למזער את הערך הזה: $nt_{[1]} + (n-1)t_{[2]} + \cdots + t_{[n]}$
- ❑ ניתן לעשות זאת אם נקבע: $t_{[1]} \leq t_{[2]} \leq \cdots \leq t_{[n]}$
- ❑ זהו בדיוק חוק התזמון לפי SPT.
- ❑ לכן, חוק SPT ממזער את זמן השהייה של הפריטים במכונה בודדת.

תזמון לפי זמני היעד (זמני מסירה)

- אם היעד הוא מיזעור האיחור המירבי, אז יש לסדר את הפריטים לפי זמן היעד שלהם, כלומר, $d_{[1]} \leq d_{[2]} \leq \cdots \leq d_{[n]}$

מיזעור מספר הפריטים בפיגור

- ❑ ישנם מקרים רבים בהם הקנס על איחור ביצוע (פיגור) הוא קבוע (ללא תלות ברמת הפיגור).
- ❑ נתאר את אלגוריתם Moore (1968), הממזער את מס' הפריטים בפיגור במקרה של מכונה אחת.

1. יש לסדר את הפריטים לפי זמן המסירה המוקדם ביותר, $d_{[1]} \le d_{[2]} \le \cdots \le d_{[n]}$ על מנת לקבל את הפתרון הראשוני.
2. מצאו את הפריט המפגר הראשון בסידור הנוכחי, נניח $[i]$. אם אין כזה, עברו לצעד 4.
3. בחנו את הפריטים $[1],[2],\ldots,[i]$. דחו את הפריט בעל משך הביצוע הארוך ביותר, וחזרו לצעד 2.
4. צרו סידור אופטימאלי ע"י נטילת הסידור הנוכחי והוספתו לפריטים הנידחים. את הפריטים הנוספים נוסיף בכל סדר שהוא מאחר והם כבר בפיגור.

מיזעור מספר הפריטים בפיגור - דוגמה

- סדנה מבצעת הזמנות עבור לקוחות שונים. לאחת מהמכונות נותרו 6 פריטים לביצוע. זמני הביצוע והמסירה (בשעות) של הפריטים נתונים בטבלה הבאה:

פריט	1	2	3	4	5	6
זמן מסירה	15	6	9	23	20	30
זמן ביצוע	10	3	4	8	10	6

- תחילה נסדר את הפריטים לפי EDD.

פריט	2	3	1	5	4	6
זמן מסירה	6	9	**15**	20	23	30
זמן ביצוע	3	4	**10**	10	8	6
זמן סיום	3	7	**17**	27	25	41

מיזעור מספר הפריטים בפיגור - דוגמה

- הפריט הראשון שנמצא בפיגור הוא פריט מס' 1, ויש בידנו 4 פריטים בפיגור.
- נבחן את פריטים 2, 3 ו-1, ונדחה את הפריט בעל זמן הביצוע הארוך ביותר (פריט 1).
- הסדר החדש הוא:

פריט	2	3	5	4	6	1
זמן מסירה	6	9	20	**23**	30	**15**
זמן ביצוע	3	4	10	**8**	6	**10**
זמן סיום	3	7	17	**25**	31	

- הפריט הראשון שנמצא בפיגור הוא 4. נבחן את הסדר 2, 3, 5 ו-4, ונדחה את הפריט בעל משך העיבוד הארוך ביותר (פריט 5).

מיזעור מספר הפריטים בפיגור - דוגמה

פריט	2	3	4	6	1	5
זמן מסירה	6	9	23	30	15	20
זמן ביצוע	3	4	8	6	10	10
זמן סיום	3	7	15	21		

- בנקודה זו אין שום פריט בפיגור.
- הסדר האופטימאלי הוא:

$$2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 1 \rightarrow 5$$

או

$$2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 5 \rightarrow 1.$$

אילוצי קדימויות: האלגוריתם של לאולר

- האלגוריתם של לאולר הוא טכניקה בעלת עוצמה לפתרון מגוון בעיות תזמון תחת אילוצים.
- פונקציית המטרה אמורה להיות בעלת הצורה:

$$\min \max_{1 \le i \le n} g_i(F_i)$$

כאשר g_i היא פונקציה לא יורדת של זמן השהייה במערכת F_i.

- האלגוריתם מטפל בכל אילוץ של קדימויות. אילוצי קדימויות קיימים כאשר יש להשלים עיבוד של פריט מסויים לפני שניתן להתחיל בעיבוד של פריטים אחרים.

אילוצי קדימויות: האלגוריתם של לאולר

- האלגוריתם מתזמן תחילה את הפריט שיש להשלים אחרון, לאחר מכן את הפריט שיש להשלים לפני אחרון, וכן הלאה.
- בכל שלב יש להחליט איזו סדרת עיבודים, V, אינה צריכה להקדים אף עיבוד אחר (שאינו מתוזמן כבר). מתוך סידרה זו נבחר את עיבוד k שעונה על:

$$g_k(\tau) = \min_{i \in V}\big(g_i(\tau)\big)$$

- כאשר n הוא מספר העיבודים/פרטים שנותרו לא מתוזמנים.
- τ מוגדר כ:

$$\tau = \sum_{i=1}^{n} t_i$$

- פריט k הנבחר על פי נוסחא זו מסומן כאחרון מבין n משימות העיבוד ונחשב מתוזמן.

אילוצי קדימויות: האלגוריתם של לאולר

- τ מתעדכן: $\tau_{old} = t_{old} - t_k$
- שוב יש לעדכן את רשימת העיבודים שאין להם עיבודים עוקבים:

$$V_{\text{חדש}} = V_{\text{ישן}} - \{k\} + \{k - \text{ל עיבודים קודמים מיידיים}\}$$

- ושוב מחפשים את העיבוד k הבא המתאים לזמן העיבוד במצב הסדר הנוכחי, והמקיים:

$$g_k(\tau) = \min_{i \in V}\left(g_i(\tau)\right), \qquad \tau = \sum_{i=1}^{n} t_i$$

- עיבוד k מתוזמן להיות אחרון מבין העיבודים שלאל שובצו.
- נקבע את הפריטים הנותרים, ונקבע שוב אאת סדרת הפריטים שאר אינם חייבים להקדים פריטים אחרים שנותרו.
- התהליך נמשך עד שכל הפריטים מתוזמנים.

אילוצי קדימויות: האלגוריתם של לאולר - דוגמה

- טוני אמאטו מנהל מוסך מקומי לפחחות רכב ומבצע תיקוני פח וצבע במכוניות. בבוקר היו במוסך שש מכוניות אשר המתינו לתיקון. שלוש מכוניות (1, 2 ו-3) הגיעו מחברת השכרת רכב, וטוני הבטיח לסיים את התיקון בסדר שבו הובטחו ללקוות חברת ההשכרה. מכוניות 4, 5 ו-6 הגיעו מסוכר מכוניות אשר ביקש שמכונית מס' 4 תתוקן ראשונה כיוון שיש לקוח המחכה לה.

- זמני ביצוע התיקונים לכל המכוניות (בימים) וזמני המסירה המובטחים המתאימים הם:

מכונית	1	2	3	4	5	6
זמן ביצוע	2	3	4	3	2	1
זמן מסירה	3	6	9	7	11	7

- קבעו כיצד יש לתזמן את תיקון המכוניות במוסך על מנת למזער את הפיגור המרבי.

אילוצי קדימויות: האלגוריתם של לאולר - דוגמה

- שלב 1:
  - נמצא את המכונית המיועדת למסירה אחרונה.
  - המכונית שאינן מקדימות כל מכונית אחרת הן 3, 5 ו-6.
  - זמן הביצוע של כל המכוניות הוא 2+3+4+3+2+1=15 (זה הערך הנוכחי של τ).
  - מכוון שהמטרה היא מיזעור הפיגור המרבי, נשווה את הפיגור של שלוש המכוניות האלון, ונבחר את זו עם הפיגור הקטן ביותר. כלומר, נקבל

$$\min\{15-9,15-11,15-7\}=\min\{6,4,8\}=4$$

  - פתרון זה מתאים למכונית 5. על כן תתוזמן מכונית 5 כאחרונה בסדר העיבוד (במיקום 6).

אילוצי קדימויות: האלגוריתם של לאולר - דוגמה

- שלב 2:
  - נמצא את המכונית המיועדת למסירה במקום 5.
  - המועמדות הן מכוניות 3 ו-6 בלבד.
  - ערכו של τ הוא 15-2=13.
  - נבחר את המכונית עם הפיגור הקטן ביותר. כלומר, נקבל

$$\min\{13-9,13-7\}=\min\{4,6\}=4$$

  - פתרון זה מתאים למכונית 3. על כן תתוזמן מכונית 3 כחמישית בסדר העיבוד.

אילוצי קדימויות: האלגוריתם של לאולר - דוגמה

- שלב 3:
  - נמצא את המכונית המיועדת למסירה במקום 4.
  - מכוון שמכונית 3 אינה יותר ברשימה, מכונית 2 הופכת למועמדת. כלומר, יש עכשיו שתי מועמדות, 6 ו-2.
  - ערכו של τ הוא 13-4=9.
  - נבחר את המכונית עם הפיגור הקטן ביותר. כלומר, נקבל

$$\min\{9-6,9-7\}=\min\{3,2\}=2$$

  - פתרון זה מתאים למכונית 6. על כן תתוזמן מכונית 6 כרביעית בסדר העיבוד.

אילוצי קדימויות: האלגוריתם של לאולר - דוגמה

- שלב 4:
  - נמצא את המכונית המיועדת למסירה במקום 3.
  - מכוון שמכונית 6 אינה יותר ברשימה, מכונית 4 הופכת למועמדת. כלומר, יש עכשיו שתי מועמדות, 4 ו-2.
  - ערכו של τ הוא 9-1=8.
  - נבחר את המכונית עם הפיגור הקטן ביותר. כלומר, נקבל

$$\min\{8-6,8-7\}=\min\{2,1\}=1$$

  - פתרון זה מתאים למכונית 4. על כן תתוזמן מכונית 4 כשלישית בסדר העיבוד.

אילוצי קדימויות: האלגוריתם של לאולר - דוגמה

- שלב 5:
  - נמצא את המכונית המיועדת למסירה במקום 2.
  - מכוון שנותרנו עם מכוניות 1 ו-2 בלבד, יש לתזמן את המכוניות האלו בסדר 1, 2 בגלל אילוץ הקדימויות.
- סיכום התוצאות מראה שהתזמון האופטימאלי הוא: $1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 3 \rightarrow 5$.

פיגור (בימים)	זמן מסירה (בימים)	זמן זרימה (בימים)	זמן ביצוע (בימים)	פריט (מכונית)
0	3	2	2	1
0	6	5	3	2
1	7	8	3	4
2	7	9	1	6
4	9	13	4	3
4	11	15	2	5

אלגוריתם סידרור לריבוי מכונות

- נניח שיש לבצע מס' עיבודים של n פריטים כאשר קיימות m מכונות.
- לכל מכונה קיימות $n!$ אפשרויות שונות לסידרור הפריטים. אם ניתן לבצע את העיבודים על המכונות בכל סדר שהוא, מספר האפשרויות השונות לסידור העיבודים הוא $(n!)^m$.

אלגוריתם לתזמון n פריטים ל-2 מכונות (Johnson)

- נניח שיש לעבד n פריטים בעזרת שתי מכונות, וכל פריט חייב להתבצע תחילה במכונה 1 (A) ולאחר מכן במכונה 2 (B).
- אנו מעוניינים למזער את מרווח הייצור.
- נגדיר:
  - A_i - זמן עיבוד פריט i על מכונה A.
  - B_i - זמן עיבוד פריט i על מכונה B.
- חוק ג'ונסון אומר שפריט i קודם לפריט $i+1$ אם

$$\min(A_i, B_{i+1}) < \min(A_{i+1}, B_i)$$

אלגוריתם לתזמון n פריטים ל-2 מכונות (Johnson)

- אופן השימוש בחוק:
  - רשמו את הערכים של A_i ו-B_i בשני טורים.
  - מצאו את הערך הקטן ביותר בשני הטורים. אם הערך הקטן ביותר מופיע בטור A, זמנו את הפריט כראשון מייד. אם הוא מופיע בטור B, אזי זמנו את הפריט כאחרון.
  - מחקו את הפריטים שתוזמנו, וחזרו על התהליך.
  - הפסיקו את התהליך כאשר כל הפריטים תוזמנו.

הרחבה לשלוש מכונות

- הבעיה של תזמון שלוש מכונות מורכבת משמעותית.
- נסמן את המכונות כ-A, B ו-C. ניתן לצמצם את הבעיה לבעיית שני מכונות אם מתקיים התנאי הבא:

$$\min A_i \geq \max B_i \text{ או } \min C_i \geq \max B_i$$

- נגדיר $A_i' = A_i + B_i$ וכן $B_i' = B_i + C_i$, ונפתור את הבעייה תוך שימוש בחוק שתואר קודם עבור שתי מכונות.

הרחבה לשלוש מכונות - דוגמה

מכונה C	מכונה B	מכונה A	פריט לעיבוד
8	5	4	1
10	6	9	2
6	2	8	3
7	3	6	4
11	4	5	5

- ❑ נניח שיש לעבד את הפריטים בסדר $A \rightarrow B \rightarrow C$.
- ❑ בדיקת המצב מראה ש:

$$\min C_i = 6 ,\max B_i = 6 ,\min A_i = 4$$

- ❑ $\max B_i \geq \min A_i$ כלומר $6 \geq 4$, לא מתקיים
- ❑ $\max B_i \geq \min C_i$ כלומר $6 \geq 6$, כן מתקיים

הרחבה לשלוש מכונות - דוגמה

- ניצור את העמודות A' ו-B'

פריט לעיבוד	מכונה A	מכונה B	מכונה C	$A' = A_i + B_i$	$B' = B_i + C_i$
1	4	5	8	9	13
2	9	6	10	15	16
3	8	2	6	10	8
4	6	3	7	9	10
5	5	4	11	9	15

- נפתור את הבעייה בעזרת אלגוריתם של שתי מכונות. הפתרון האופטימאלי הוא: $3 \to 2 \to 5 \to 4 \to 1$.
- יש לשים לב שבגלל השיוויון בעמודה A', הפתרון האופטימאלי אינו יחודי.

תזמון תהליך אקראי: ניתוח סטאטי, מכונה יחידה

- סוגיה שלא עסקנו בה היא אי-הוודאות של זמני התהליך.
- למעשה, לא ניתן ואין זה סביר שניתן יהיה לחזות בדיוק את משך הזמן של הטיפול בכל פריט.
- האם יש השפעה על התוצאה האופטימאלית בנוגע לסדר הפעולות כאשר זמני עיבוד הפריטים הינם ידועים בוודאות ?
- אנו מניחים שזמני העיבוד אינם תלויים זה בזה.
- נניח ש-n פריטים מחכים לעיבוד, ושזמני העיבוד $t_1, t_2, \dots, t_n$ הם משתנים אקראיים בעלי פונקציית הסתברות ידועה. אנחנו רוצים למזער את זמן הזרימה המשוקלל הצפוי הממוצע:

$$minimize\ \mathbb{E}\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} u_i F_i\right)$$

תזמון תהליך אקראי: ניתוח סטאטי, ריבוי מכונות

- u_i הם המשקלים ו-F_i הוא זמן הזרימה (אקראי) של פריט i.
- Rothkopf (1966) הראה שהפתרון האופטימאלי הוא סידור של הפריטים כך שפריט i יקדים את פריט $i+1$ אם:

$$\frac{\mathbb{E}(t_i)}{u_i} < \frac{\mathbb{E}(t_{t+1})}{u_{i+1}}$$

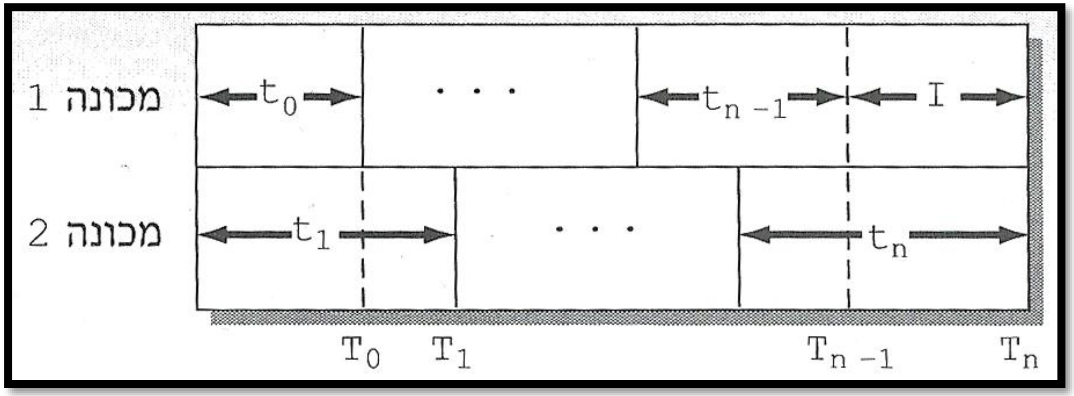
- אם נגדיר את כל המשקלים $u_i = 1$, נקבל למעשה את SPT.

תזמון תהליך אקראי: ניתוח סטאטי, מכונה יחידה

- הנחת היסוד במקרה של ריבוי מכונות היא שהתפלגות זמני העיבוד היא מעריכית.
- נבחן את הבעייה הבאה: יש לעבד n פריטים על שתי מכונות זהות במקביל. כל פריט יש לעבד פעם אחת בלבד על אחת משתי המכונות (עיבוד מקבילי).
- **שימו לב: עיבוד מקבילי שונה מעיבוד סדנת זרימה. בסדנת זרימה יש לעבד כל פריט על שתי המכונות, ואילו בעיבוד מקבילי יש לעבד על פריט על אחת מהמכונות בלבד !**
- המטרה היא מיזעור משך הזמן הצפוי מנקודת זמן אפס ועד לסיומו של הפריט האחרון (מרווח זמן הייצור הכולל).
- אנו מניחים של-n הפריטים יש זמני עיבוד $t_1, t_2, \dots, t_n$, שהם משתנים אקראיים מעריכיים עם שיעור $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$. פרוש הדבר, שהזמן הצפוי לסיום פריט i, $\mathbb{E}(i)$, הוא $\frac{1}{\mu_i}$.

תזמון תהליך אקראי: ניתוח סטאטי, ריבוי מכונות

- נגדיר $T_0 \le T_1 \le \cdots \le T_n$ כזמני הסיום של עיבוד פריטים עוקבים.
- מירווח הייצור ימוזער על-ידי חוק תזמון זמן העיבוד הארוך ביותר למכונה הראשונה (Longest Expected Processing Time – LEPT).



- באיור I הוא משתנה זמן בטלה של המכונה.
- מהאיור ברור ש: $T_n + T_{n-1} = \sum_{i=0}^{n} t_i$
- וכן, $T_n = T_{n-1} + I$

תזמון תהליך אקראי: ניתוח סטאטי, ריבוי מכונות

- נקח את הפתרון עבור T_{n-1} מהנוסחא השניה, ונציב אותו בנוסחא הראשונה, ונקבל:

$$T_n - T_n - I = \sum_{i=0}^{n} t_i$$

- או

$$2T_n = \sum_{i=0}^{n} t_i + I$$

- מכוון ש-$\sum t_i$ הוא קבוע ובלתי תלוי בסדר העיבוד, מיזעור $\mathbb{E}(T_n)$ הווא שווה ערך למזעור $\mathbb{E}(I)$.
- מאחר ש-I ממוזער כאשר זמן העיבוד של הפריט האחרון ממוזער, נתזמן את הפריטים בסדר יורד של זמן העיבוד הצפוי.

המקרה של סדנת זרימה עם שתי מכונות

- האם קיים אלגוריתם שווה ערך לאלגוריתם של ג'ונסון לתזמן n פריטים על שתי מכונות בסביבה של סדנת זרימה (יש לעבד כל פריט תחילה על מכונה 1, ואח"כ על מכונה 2).
- האלגוריתם של ג'ונסון אומר שמטלה i קודמת למטלה $i+1$ אם $\min(A_i,B_{i+1}) < \min(A_{i+1},B_i)$ על מנת למזער את המירווח הייצור.
- נניח ש-$A_1,A_2,\dots,A_n$ ו-$B_1,B_2,\dots,B_n$ הם משתנים מעריכיים אקראיים עם פרמטרים $a_1,a_2,\dots,a_n$ ו-$b_1,b_2,\dots,b_n$.
- אנו רוצים למזער את הערך הצפוי של מירווח הייצור.

המקרה של סדנת זרימה עם שתי מכונות

- כאשר למינימום מבין שני משתנים אקראיים מעריכיים פרמטר השווה לסכום הפרמטרים, נובע מכך ש:

$$\mathbb{E}[\min(A_i, B_{i+1})] = \frac{1}{a_i + b_{i+1}}$$

$$\mathbb{E}[\min(A_{i+1}, B_i)] = \frac{1}{a_{i+1} + b_i}$$

- מכאן נובע, שהתנאי של ג'ונסון מתרגם את המקרי הסטוכסטי לתנאי ש:

$$a_i - b_i \geq a_{i+1} - b_{i+1}$$

- כך שיש לתזמן את הפריטים בסדר יורד של ההפרש בזמני העיבוד בין המכונה הראשונה (A) לשנייה (B).

תזמון תהליך אקראי: ניתוח דינאמי

- עד עכשיו הנחנו שכל הפריטים מגיעים לעיבוד באותו הזמן. אולם לרוב אין זה כך. אנו קוראים למצב כזה מצב דינאמי.
- נבחן את הבעייה הבאה: פריטים מגיעים לעיבוד באופן אקראי למכונה יחידה.
- הגעה אקראית נחשבת לרוב כתהליך פואסוני, כך ש:
  - קצב ההגעה הממוצע הוא λ
  - זמני העיבוד מתפלגים מעריכית עם ממוצע של $1/\mu$ (קצב העיבוד הממוצע הוא μ וזמני העיבוד הם משתנה מעריכי, אקראי ובלתי תלוי)
  - העיבודים מבוצעים על פי זמן ההגעה

תזמון תהליך אקראי: ניתוח דינאמי

- על פי תורת התורים, התפלגות ההסתברות של מספר המטלות במערכת (מספר המטלות הממתינות + המבוצעות) במצב יציב היא גאומטרית עם הגורמים $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$.

- אם L הוא מספר המטלות במערכת במצב יציב, אז
$$P\{L = i\} = \rho^i (1-\rho) \quad i \in \{1,2,3,\ldots\}$$

- מספר המטלות הצפוי במערכת הוא $\rho/(1-\rho)$.

- פרוש הדבר שקיים פיתרון רק עבור $\rho < 1$.

- קצב הגעת המטלות למערכת חייב להיות נמוך מהקצב שבו הן מבוצעות, על מנת להבטיח שמערכת לא תגדל בלי שליטה.

- אנו מעוניינים למזער את זמן הזרימה הממוצע.

תזמון תהליך אקראי: ניתוח דינאמי

- זמן הזרימה של פריט מתחיל ברגע שפריט מצטרף לתור, ונמשך עד שעיבוד הפריט מושלם.
- עבור בעיית תזמון דינמי, זמן הזרימה הוא משתנה אקראי, והוא גם תלוי במימוש זמני העיבוד של הפריטים הקודמים.
- המונח של תורת התורים עבור זמן זרימה הוא זמן ההמתנה במערכת והוא מסומן באות W.
- התפלגות זמן הזרימה עבור תור מסוג M/M/1/FCFS היא מעריכית עם גורם $\mu - \lambda$. כלומר,

$$P\{W > t\} = e^{-(\mu-\lambda)t} \quad \forall t > 0$$

- כמו כן, נגזרים ההתפלגויות של זמן ההמתנה בתור ומספר הפריטים הצפוי בתור, המחכים לעיבוד.

תזמון תהליך אקראי: ניתוח דינאמי - דוגמה

- בכיתת מחשבים לסטודנטים יש מדפסת לייזר אחת. קבצים מגיעים מהרשת ומחכים בתור להדפסה על פי זמן ההגעה. זמן ההדפסה הממוצע הוא 4 דקות, אך השונות גבוהה. הניסיון הראה שהתפלגות זמני ההדפסה היא בקירוב מעריכית. בזמן השיא, בערך 12 סטודנטים משתמשים במדפסת כל שעה, אבל קצב ההגעה למדפסת הוא אקראי.
- הניחו תקופת שיא וקבעו את הערכים הבאים:
  - מספר הקבצים הממוצע בתור למדפסת.
  - משך הזרימה הממוצע למטלה.
  - ההסתברות שקובץ ימתין יותר מ-30 דקות לפני תחילת הביצוע.
  - ההסתברות ליותר מ-6 קבצים במערכת.

תזמון תהליך אקראי: ניתוח דינאמי - דוגמה

- ראשית, נמצא את קצב ההגעה ואת קצב ההדפסה. מאחר וכל הדפסה אורכת 4 דקות בממוצע, הרי שקצב ההדפסה הוא $\mu = 1/4$ הדפסות לדקה או 15 הדפסות לשעה. קצב ההגעה הוא $\lambda = 12$ לשעה. צפיפות התנועה היא $\rho = \frac{12}{15} = 0.8$.

- מספר הפריטים הממוצע בתור הוא:

$$L_q = \frac{\rho^2}{1-\rho} = \frac{0.8^2}{1-0.8} = \frac{0.64}{0.2} = 3.2$$

- זמן הזרימה הממוצע לפריט זהה לזמן ההמתנה במערכת והוא:

$$W = \frac{\rho}{\lambda(1-\rho)} = \frac{0.8}{12(1-0.8)} = \frac{0.8}{12 \times 0.2} = 0.333$$

- כלומר, זמן ההמתנה במערכת הוא 0.333 שעות או 20 דקות.

תזמון תהליך אקראי: ניתוח דינאמי - דוגמה

- ההסתברות שקובץ ימתין יותר מ-10 דקות לפני תחילת הביצוע – כאן אנו מעוניינים ב-$P\{W_q > 0.5\}$. ההתפלגות של W_q היא מעריכית עם גורם $\mu - \lambda$, אבל עם מסה חיובית באפס.

$$P\{W_q > t\} = \rho e^{-(\mu-\lambda)t} = 0.8e^{-(15-12)0.5} = 0.8e^{-3\times 0.5} = 0.1785$$

- ההסתברות ליותר מ-6 קבצים במערכת – כאן אנו רוצים לקבוע $P\{L > 6\}$.

$$P\{L > 6\} = \rho^{k+1} = 0.8^{6+1} = 0.8^7 = 0.2097$$

משטרי תורים שאינם תלויים בזמני עיבוד

- יש מקרים שבהם סדר ביצועי מטלות אינו תלוי בזמני ההגעה (אינו FCFS).
- על פי תורת התורים, כל זמן שחוק המיון אינו תלוי בזמן העיבוד, זמן הזרימה הממוצע (ועל כן מספר הפריטים הממוצע במערכת והאורך הממוצע של התור) זהים.
- שונות זמן הזרימה אינה תלויה בחוק המיון.
- מבין שלושת החוקים (FCFS, LCFS ואקראי), השונות בזמן גדולה ביותר ב-LCFS וקטנה ביותר ב-FCFS.

משטרי תורים שאינם תלויים בזמני עיבוד

- הממומנט השני של זמן הזרימה (ריבוע זמן הזרימה) נתון על-ידי:

$$\mathbb{E}_{LCFS}(W^2) = \frac{1}{1-\rho}\mathbb{E}_{FCFS}(W^2)$$

$$\mathbb{E}_{RANDOM}(W^2) = \frac{1}{1-\frac{\rho}{2}}\mathbb{E}_{FCFS}(W^2)$$

- השונות של המשתנה האקראי היא המומנט השני פחות ריבוע הממוצע, כך שנוכל לקבל את השונות של W ישירות מהנוסחאות האלה:

$$Var(W) = \mathbb{E}(W^2) - [\mathbb{E}(W)]^2$$

משטרי תורים שאינם תלויים בזמני עיבוד - דוגמה

- קבעו את השונות של זמני הזרימה עבור מדפסת ליזר בשעת העומס בהנחה של: (1) FCFS, ‏(2) LCFS ו-(3) חוק מיון אקראי.
- במשטר FCFS זמן הזרימה הוא בעל התפלגות מעריכית עם גורם $\mu-\lambda$ ומכאן שזמן הזרימה הממוצע הוא $\frac{1}{\mu-\lambda}$ והשונות של זמן הזרימה היא $\frac{1}{(\mu-\lambda)^2}$.

$$\mathbb{E}_{FCFS}(W)=\frac{1}{\mu-\lambda}=\frac{1}{15-12}=\frac{1}{3}$$

- כלומר $\frac{1}{3}$ שעה, שהם 20 דקות.

$$Var_{FCFS}(W)=\frac{1}{3^2}=\frac{1}{9}$$

- כלומר $\frac{1}{9}$ שעה, שהם 6.5 דקות.

משטרי תורים שאינם תלויים בזמני עיבוד - דוגמה

- מאחר ש-$Var(W) = \mathbb{E}(W)^2 - [\mathbb{E}(W)]^2$, נובע מכך ש:

$$\mathbb{E}_{FCFS} = Var_{FCFS}(W) + [\mathbb{E}_{FCFS}(W)]^2 = \frac{1}{9} + \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{2}{9}$$

- מכאן אנו מקבלים:

$$\mathbb{E}_{LCFS}(W^2) = \left(\frac{1}{1-0.8}\right)\left(\frac{2}{9}\right) = \frac{10}{9}$$

$$Var_{LCFS}(W) = \frac{10}{9} - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 1$$

- ובאופן דומה

$$\mathbb{E}_{RANDOM}(W^2) = \left(\frac{1}{1-0.4}\right)\left(\frac{2}{9}\right) = 0.37$$

$$Var_{RANDOM}(W) = 0.37 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 0.26$$

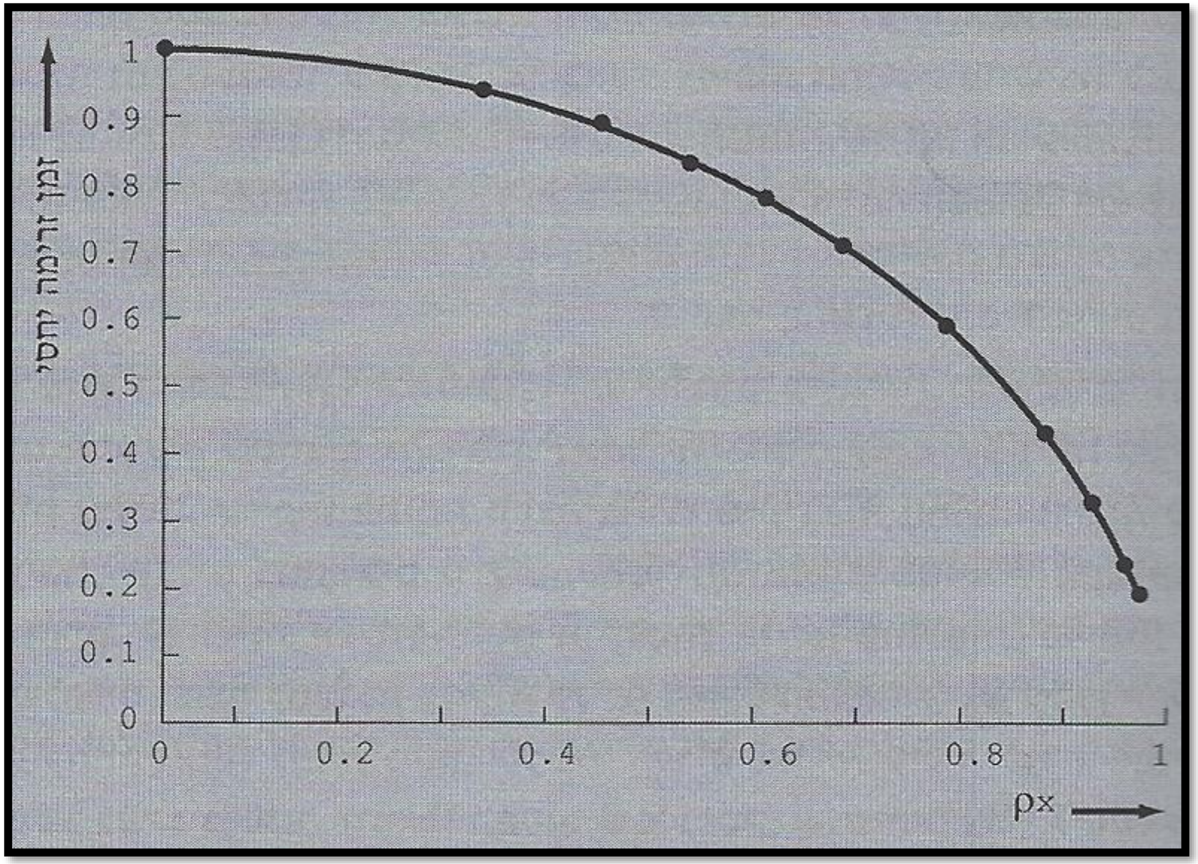
משטרי תורים שתלויים בזמני עיבוד

- נבחן את המקרה שבו זמני ביצוע העיבודים ידועים ברגע שבו מצטרף פריט לתור.
- כאשר ביצוע העיבוד מתחיל ברגע שהפריט מצטרף לתור, ניתן להשתמש בחוק הבחירה התלוי בזמן הביצוע. חוק בחירה כזה הוא SPT, האומר שהפריט הבא לביצוע הוא זה בעל זמן העיבוד הקצר ביותר.
- תיזמון לפי SPT עשוי להקטין באופן משמעותי את גודל התור בבעיית הזמן הדינמי.
- עבור תור מסוג M/M/1, נגדיר את זמן הזרימה היחסי כ:

$$\frac{E_{SPT}(\text{זמן זרימה})}{E_{FCFS}(\text{זמן זרימה})}$$

משטרי תורים שתלויים בזמני עיבוד

- האיור הבא מראה עד כמה דרמטית יכולה להיות השפעת התזמן לפי SPT.



זמן זרימה יחסי, SPT מול FCFS, $\frac{E_{SPT}(\text{זמן זרימה})}{E_{FCFS}(\text{זמן זרימה})}$

משטרי תורים שתלויים בזמני עיבוד

- ניתן לראות שככל השצפיפות עולה, משתפר היתרון של SPT בהקטנת זמני הזרימה (וגם על אורך התור ומספר הפריטים בתור).
- התור קטן ע"י "ניקוי" פריטים שזמני העיבוד שלהם קצרים.
- עבור ערכי ρ קרובים ל-1, היחס הזה עשוי להיות נמוך עד כדי 0.2.
- שאלה מעניינת היא מה קורה לשונות של הביצועים במסגרת כל חוק בחירה. שוב בהנחה של זמן ביצוע מעריכי.

משטרי תורים שתלויים בזמני עיבוד

8.7 שונות זמן הזרימה בחוקיות של FCFS ו־SPT

	שונות (Variance)	
ρ	FCFS – הקודם זוכה First Come First Served	SPT – מיון מקצר לארוך Shortest Prosessing Time
0.10	1.23	1.18
0.20	1.56	1.48
0.30	2.04	1.89
0.40	2.66	2.56
0.50	4.00	3.60
0.60	6.25	5.71
0.70	11.11	12.29
0.80	25.00	32.31
0.90	100.00	222.20
0.95	400.00	1,596.50
0.98	2,500.00	22,096.00
0.99	10,000.00	161,874.00

- מהטבלה ניתן לראות שעבור ערכים נמוכים של נצילות (פחות מ-0.7), ל-SPT שונות נמוכה מאשר ל-FCFS. אולם, כאשר הצפיפות התנועה מתקרבת ל-1, השונות של SPT עולה דרמטית.

איזון פס יצור

- ❑ בעיית איזון פס יצור מאופיינת ע"י n מטלות מוגדרות מראש שיש לבצע על כל פריט. הזמן הדרוש לביצוע מטלה i הוא t_i. המטרה היא ארגון המטלות בקבוצות, כאשר כל קבוצת מטלות מבוצעת בתחנת עיבוד אחת.
- ❑ במרבית המקרים נקבעת כמות הזמן המוקצבת לכל תחנת עיבוד מראש, על סמך קצב הייצור הנדרש מפס הייצור. זמן זה הוא זמן המחזור, C.
- ❑ קיימים מס' גורמים המקשים על הפתרון:
  - ❑ אילוצי קדימויות – מטלות אחדות הנדרשות לביצוע בסדר מסויים.
  - ❑ מטלות שלא ניתן להשלים את ביצוען בתחנה אחת
  - ❑ מטלות שנידש לסיים באותה תחנת עבודה.
  - ❑ מטלות הדורשות יותר מעובד אחד.

איזון פס יצור

- ❑ נגדיר $t_1, t_2, \dots, t_n$ כזמנים הדרושים להשלמת המטלה המתאימה.
- ❑ תכולת העבודה הכוללת הקשורה בייצור פריט T נתונה ע"י הנוסחה:

$$T = \sum_{i=1}^{n} t_i$$

- ❑ עבור זמן מחזור C, מספר תחנות העבודה המזערי הוא $\left\lceil \frac{T}{C} \right\rceil$.
- ❑ ביגלל אילוצים שונים, במקרים קרובות מספר התחנות הנגדר גדול יותר מהערך המחושב.

טכניקת שקלול המיקום המדורג - דוגמה

- נציג את היוריסטיקת שקלול המיקום המדורג בעזרת דוגמה.
- ההרכבה הסופית של "מחשבים חכמים", אשר נעשת ע"י חברת מחשבים בע"מ דורשת 12 מטלות.

1. קידוח קדחים במארז ומיקום זיז לחיבור דיסק קשיח.
2. חיבור הלוח הראשי למארז.
3. מיקום ספק הכוח וחיבורו ללוח האם.
4. מיקום המעבד ושבבי הזיכרון על לוח האם.
5. חיבור כרטיס גרפי.
6. התקנת כונן תקליטונים. חיבור בקר כונן תקליטונים וספק כוח לכונן התקליטונים.

טכניקת שקלול המיקום המדורג - דוגמה

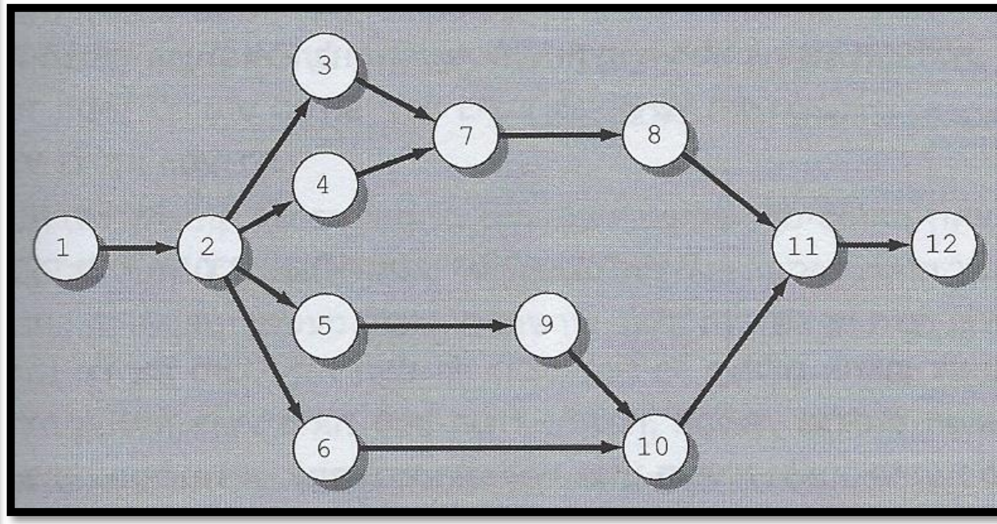
- ההרכבה הסופית של "מחשבים חכמים", אשר נעשת ע"י חברת מחשבים בע"מ דורשת 12 מטלות – המשך....

7. התקנת כונן קשיח. חיבור בקר לכונן קשיח וספק כוח לכונן הקשיח.
8. כיוון מפסיקי היכוון על הלוח הראשי לפי התצורה הנדרשת של המערכת.
9. חיבור המסך לכרטיס הגרפי לפני ביצוע בדיקה של המערכת.
10. ביצוע בדיקה למערכת.
11. סגירת האריזה.
12. הדבקת סמל החברה ואריזת המערכת למשלוח.

טכניקת שקלול המיקום המדורג - דוגמה

- הטבלה הבאה מסכמת את הקדימויות בין המשימות השונות.

מטלה	מטלה קודמת	זמן
1	–	12
2	1	6
3	2	6
4	2	2
5	2	2
6	2	12
7	3, 4	7
8	7	5
9	5	1
10	9, 6	4
11	8, 10	6
12	11	7



טכניקת שקלול המיקום המדורג - דוגמה

- נניח שהחברה מוכנה לשכור די עובדים כדי לייצר מכשיר אחד כל 15 דקות.
- 15 דקות הן זמן המחזור של כל תחנה בקו הייצור, ולכן סכום זמני המטלות הוא 70 דקות.
- מספר תחנות העבודה המינימאלי הוא $\frac{70}{15}=4.67$, כלומר 5 תחנות (לאחר עיגול כלפי מעלה).
- נוהל הפיתרון דורש קביעת משקל המיקום לכל מטלה.
- משקל המיקום של מטלה i מוגדר כמשך זמן הביצוע של מטלה i בתוספת הזמן הנדרש לביצוע על המטלות שלגביהן מטלה i היא תנאי מקדים.

טכניקת שקלול המיקום המדורג - דוגמה

- מכוון שמטלה 1 חייבת להקדים את כל שאר המטלות, משקל המיקום שלה הוא סכום כל המטלות.
- מטלה 3 חייבת להקדים את מטלות 7, 8, 11 ו-12 ולכן משקלה 31.

משקלי מיקום	פריט
70	1
58	2
31	3
27	4
20	5
29	6
25	7
18	8
18	9
17	10
13	11
7	12

טכניקת שקלול המיקום המדורג - דוגמה

- הצעד הבא הוא דרוג המטלות בסדר יורד של מישקלי המיקום: 1, 2, 3 , 6, 4, 7, 5, 8, 9, 10, 11 ו-12.
- לבסוף, יש להקצות את המטלות לתחנות העבודה לפי סדר הדירוג, כל עוד שאילוצי הקדימויות אינם מופרים.
- הטבלה מציינת את החלוקה לתחנות כאשר זמן המחזור הוא 15 דקות.
- לדוגמה, מטלה 1 מבוצעת בתחנה מס' 1. לאחר ביצוע המטלה נשארות 3 דקות פנויות. אם נוסיף את מטלה 2, נעבור את 15 הדקות, ולכן מטלה 2 מועברת לתחנה מס' 2.

תחנה	1	2	3	4	5	6
פריט	1	2, 3, 4	5, 6, 9	7, 8	10, 11	12
זמן עיבוד	12	14	15	12	10	7
זמן בטלה	3	1	0	3	5	8